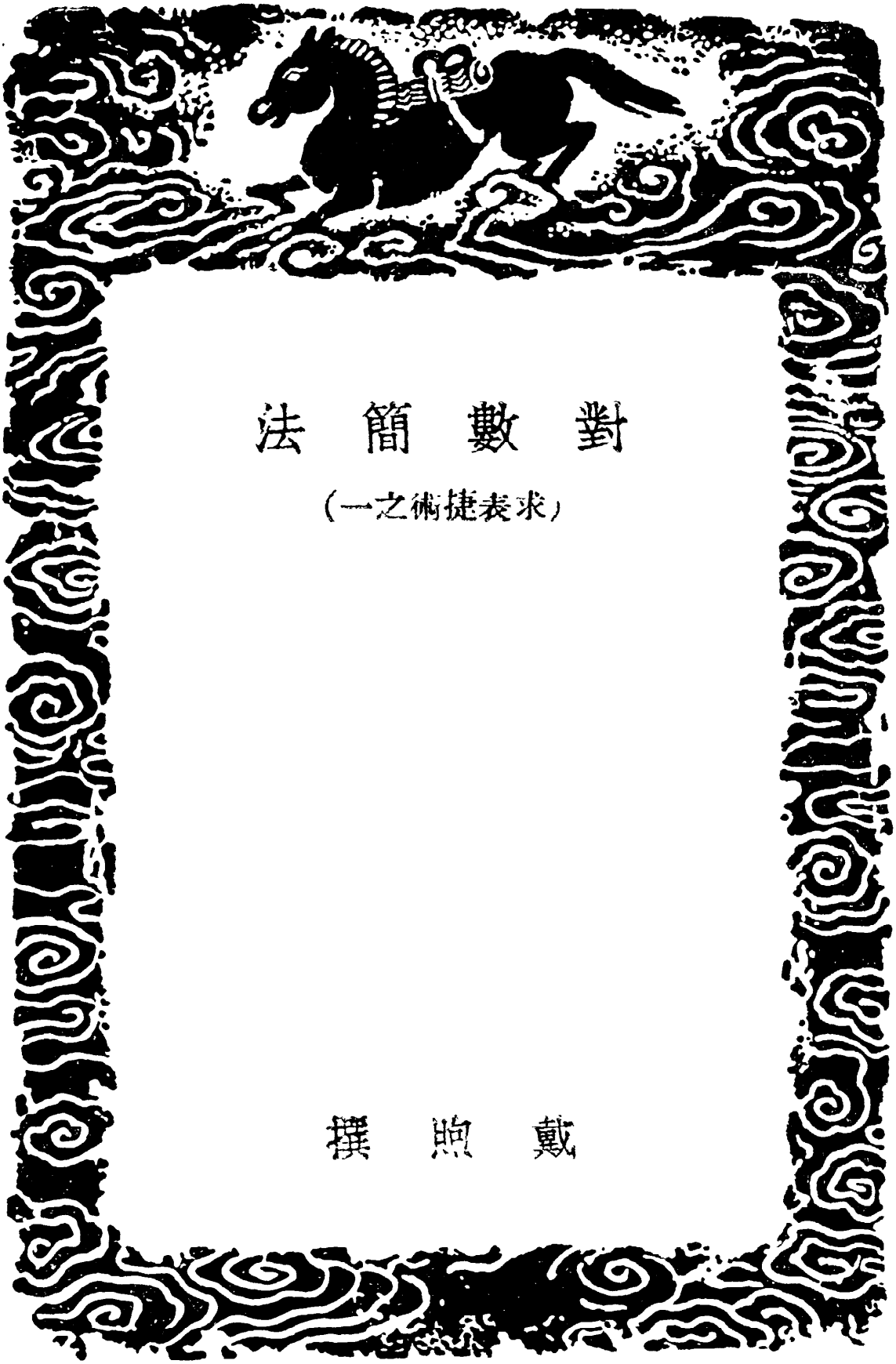
對數簡法
續對數簡法
假數測圓



對數簡法

（求表捷術之一）

戴煦撰

本館叢書集成初編所選
粵雅堂叢書小萬卷樓叢
書皆收有此書粵雅在前
故據以排印

求對數。舊法之言綦詳。而數重緒多。初學恆未易了。鄂士先生揭其精要而變通之。著爲對數簡法。首論開方。自淺入深。而約以七術。繼復立累除法。省數十次開方用表。已備極能事。尤妙者捨開方而求假設數。夫對數折半。眞數開方。開至單一下多空位之零數。於是眞數對數。遂得其會通。此開方所由首重也。顧必累開不已。始得會通。何如逕就會通處。假一數以通之。迨展轉相通。而七十二對數之等差。已備具於假設諸數。一比例而定準之數出矣。以是知數之爲用。帶零求整難。設整御零易。憑所知。課所求。順推而入難。借所求。通所知。逆轉而出易。苟悟此。可以得馭數之方。豈惟是對數一門。有裨後學耶。道光乙巳長至後五日梅侶項名達題於印蓮小閣。

對數以加減代乘除。用之甚便。而求之甚難。舊法求諸對數。皆先求自一至九遞至單一下九空位零一至九之九十九數。而求之之法。大略有三。先定十百千萬之對數。而其間之零數。則用中比例累求而得。以首率末率兩眞數相乘。開方得中率之眞數。以首率末率兩假數相加。折半得中率之假數。漸求漸近。以至適合。如舊法求九之假數。用中比例。求至二十六次。而得八位之對數。此一法也。凡假數之首位。因眞數之位數而遞加。以眞數自乘至多位。而其位數。卽假數首位以前之數。然後以自乘弟幾率除之。卽得眞數弟一率之假數。如舊法求二之對數。自乘至一千三百餘億率。除自乘之位數四百餘億位。而得十二位之假數。又一法也。既定十之對數爲一。乃以眞數十。開方五十四次。三十三位。以假數折半五十四次。爲逐數之假數。列爲開方表。乃以弟五十四次眞假兩數比例。得單一下十五空位零一之假數爲率。于是以應求對數之眞數。開方四五十次。求得十五空位。與爲比例。然後以開方弟幾次之率數乘之。而得二十二位之假數。或眞數開方二十餘次。求得九空位。與表內九空位開方數爲比例。亦以率數乘之。而得十三四位假數。如舊法求二與六之對數。又一法也。顧此數法。布算極繁。甚至經旬累月。而不能竟求一數。故言筭者鮮不望之而生畏。夫立法太繁。則較筭不易。深慮寖久而失其眞也。因復詳加探索。始悟求十一二位之對數開方表。祇須二十一次。一十四位。已屬敷用。而既有開方表。則求諸對數。可不必更開方。較之舊法。省算數倍。且不特此也。凡諸對數。皆定于十之對數。而實生于單一下五六空位零一之對數。今欲以十之對數。求單一下五六空位零一之對數。勢不得不屢次開方。若借一筭爲單一下

五六空位零一對數。轉求十之借數。卽可得其比例之率。知累除之法。可代開方。而開方表亦可省求也。爰爲揭出。俾求對數者有取焉。乙巳秋日鄂士識

對數簡法總目

卷之上
開方七術
求開方表
有開方表徑求諸對數
卷之下
求七十二假設對數
求七十二定準對數
有七十二對數求諸對數

對數簡法卷之上

開方第一術

開平方。向用商除。商除者。以意商度。商度一次。僅得一位。故初商次商三商以次遞求。位數多者。頗覺繁重。其所以繁重之故。緣乘除皆係有法有實。而開方但有實而無法。必以意商度。始得其數。茲別立一法。不用商除。但用乘除。而得數仍合。可免以意商度之難。爲較便也。

術曰。自一至九爲初商根。各自乘。以次列之。爲初商實。以所設方積、較初商實。取其稍大于方積者。以其方根爲第一數。次以初商實內減方積。爲減餘數。以第一數除之。二除之。爲第二數。又以減餘數除初商實。所得爲每數除法。乃以除法除第二數。一乘之。四除之。爲第三數。以除法除第三數。三乘之。六除之。爲第四數。以除法除第四數。五乘之。八除之。爲第五數。以除法除第五數。七乘之。十除之。爲第六數。每數以一三五七九諸奇數爲乘法。以二四六八十諸偶數爲除法。依次遞求。至應求位數下。第一數恆爲正。第二數以下均爲負。并諸負數。以減第一正數。得所求方根。

假如有平方積一〇。欲求方根五位。

法檢初商實得一囚。爲較大于設數。卽以其方根四〇〇〇〇〇（凡求方根。須增求位數。則尾位方準。故加六空位。求至七位。又凡單位。加門別之。）爲第一數。次以初商實內減平方積。得減餘數囚〇〇〇〇〇〇。以第一數除之。二除之。得七五

〇〇〇〇爲第二數。又以減餘數除初商實。得㊀六六六六六七爲每數除法。乃以除法除第二數。一乘之。四除之。得七〇三一二爲第三數。以除法除第三數。三乘之。六除之。得一三一八四爲第四數。如是遞求。得第五數三〇九〇。第六數八一一。第七數二二八。第八數六七。第九數二〇。第十數六。第十一數二。于是并第二數以下得八三七七二〇。以減第一數。得㊀一六二二八〇。截用五位。尾位以下滿五進一算。得㊀一六二二三。卽方根也。

第數	并得數	減得數
十一		
十		
九		
八		
七		
六		
五		
四		
三		
二		
一		
四	〇	四〇〇〇〇〇〇〇
七〇	八三七二七〇	三一六二二三八〇
一七五〇		
三三〇〇〇		
二八〇一三〇〇		
二六二一九八一〇〇		
二六〇七八一〇四二〇〇		

開方第二術

前術求五位之方根。已求至十一數。若求多位。必至數十百數。雖免商除之難。而立術仍屬繁重。所以然者。以逐數降位之難也。或一數而降一位。或兩數而始降一位。夫至兩數而始降一位。則求兩數方可代商除一次矣。而降位之難。實由于逐數除法之小。除法之小。又由于減餘數之大。茲復立截位開方之法。則減餘數小。而一數可降數位。視前術爲較便也。

術曰。依前術。先求數位方根。然後以此數位之方根虛加一算。如先求之方根尾位以下未滿五棄之者。應虛加一算。如滿五進一算者不必加。再爲第一數。次以第一數自乘。內減方積。爲減餘數。以第一數除之。二除之。爲第二數。又以第一數自乘。以減餘數除之。爲逐數除法。以下仍如前術入之。

假如有平方積一〇。欲求十六位方根。

法依前術。先求五位方根。得[三]一六二三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。卽以爲第一數。以前求方根尾位滿五進一算。故不復虛加一算。次以第一數自乘。得一[〇]〇〇〇一四一二九〇〇〇〇〇〇〇〇〇。內減方積。得減餘數一四一二九〇〇〇〇〇〇〇〇〇。以第一數除之。二除之。得二二三三九七五二七一一六三爲第二數。又以減餘數除第一數自乘冪。得七〇七七七四[二]七爲除法。第三數止七位。故除法止用八位。又單位以下之數。以除一數則除後必大于原實。減餘數首位在單位下四位。故能除自乘冪首位十成七百萬。以除第二數。止須截用九位。一乘之。四除之。得七八九〇八四八爲第三數。以除法除第三數。第四數止二位。除法止須截三位。其第三數亦止須截用四位爲實。三乘之。六除之。得五六爲第四數。于是并第

二數以下諸負數。得二二三三九八三一六二〇六七。以減第一正數。得𠀤一六二二七七六六〇一六八三七九三三。截去尾位下三三。卽十六位方根也。

第一數	𠀤一六二三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二	二二三三九七五二七一一六三
三	七八九〇八四八
四	五六
并得數	〇〇〇〇〇二二三三九八三一六二〇六七
減得數	𠀤一六二二七七六六〇一六八三七九𠀤𠀤
	𠀤一六二三〇〇〇〇〇〇〇　〇〇〇〇〇〇

開方第三術

前術較之第一術。誠便矣。然前五位方根。仍須求至十一數。且若位數再多。則第二數卽當求至多位。故又有屢次截位開方法。不復用第三數。而惟求第三數之首位。以驗第二數之相合者幾位。下卽變求。而所得之方根。屢次自倍。視前術爲較便也。

術曰。以方積較初商實。取稍大者。以其根爲第一數。依前術。求得第二數。再求第三數之首位。幷入第二數。以減第一數。所得取前二位。尾位下不論滿五未滿。咸進一筭。再爲第一數。自乘。內減方積。得減餘數。依前求第二數。再求第三數之首位。幷入第二數。以減第一數。取前四位。尾位下進一算。再爲第一數。如是遞求至應求位數而止。得所求方根。

假如有平方積一〇。欲求三十二位方根。

法以方積較商實。得一〇爲較大。卽以其方根四〇〇爲第一數。又以方積減商實。得減餘數〇〇。二除之。又第一數除之。得七五。爲第二數。又以減餘數除商實。得除法三六七。以四除第二數。除法除之。得第三數首位七。幷入第二數。得八二。以減第一數。得三一八。去尾位。進一算。得三二。爲第一次求得數。又以三二〇〇〇爲第一數。自乘。得一〇二四〇〇。內減方積。得減餘數二四〇〇。二除之。又第一數除之。得三七五爲第二數。又以減餘數除第一數自乘。得除法四三七。以四除第二數。除法除之。得第三數首位二。幷入第二數。得三七七。以減第一數。得三一六二三。去尾位。進一算。得三一六三爲第二次求得數。

又以三一六三〇〇〇〇〇爲第一數。自乘。得一〇〇〇四五六九〇〇。內減方積。得減餘數四五六九〇〇。二除之。又第一數除之。得七二二二六爲第二數。又以減餘數除第一數自乘。得除法二一九〇。以四除第二數。除法除之。得第三數首位八。幷入第二數。得七二二三四。以減第一數。得三一六二二七

七六六。去尾位。進一算。得[三]一六二二七七七爲第三次求得數。

又以[三]一六二二七七七〇〇〇〇〇〇〇〇爲第一數。自乘。得一[〇]〇〇〇〇〇〇二五一九一七二九〇〇。內減方積。得減餘數二五一九一七二九〇〇。二除之。又以第一數除之。得三九八三一六二〇四。爲第二數。又以減餘數除第一數自乘。得除法三九七〇〇〇〇[〇]。以四除第二數。除法除之。得第三數首位二。并入第二數。得三九八三一六二〇六。以減第一數。得[三]一六二二七七六六〇一六八三七九四。去尾位。進一算。得[三]一六二二七七六六〇一六八三八〇爲第四次求得數。

又以[三]一六二二七七六六〇一六八三八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲第一數。自乘得一[〇]〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇四二二四八〇九九五一八二四四〇〇〇〇。內減方積。得減餘數四二二四八〇九九五一八二四四〇〇〇〇。二除之。又第一數除之。得六六八〇〇一一〇六四五五五五三九〇爲第二數。又以減餘數除第一數自乘。得除法二三六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇[〇]。以四除第二數。除法除之。得七。并入第二數。得六六八〇〇一一〇六四五五五五三九七。以減第一數。得[三]一六二二七七六六〇一六八三七九三三一九九八八九三五四四四四六〇三。截去尾位三。卽三十二位方根也。

第一次

第一數	四〇〇
二	七五
三	七
并得數	〇八二
減得數	一
	三一四
	四〇〇

第二次

第一數	三二〇〇〇
二	三七五
三	二
并得數	〇〇三七七
減得數	一
	三一六二三
	三二〇〇〇

第三次

第一數	三一六三〇〇〇〇〇
二	七二二二六
三	八
并得數	〇〇〇〇七二二三四
減得數	一
	三一六二二七七六四
	三一六三〇〇〇〇〇

第四次

第一數	三一六二二七七七〇〇〇〇〇〇〇〇
二	三九八三一六二〇四
三	二
并得數	〇〇〇〇〇〇〇〇三九八三一六二〇六
減得數	一
	三一六二二七七六六〇一六八三七九四
	三一六二二七七七〇〇〇〇〇〇〇〇

第五次

第一數	三一六二二七七六六〇一六八三八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二	六六八〇〇一一〇六四五五五五五三九〇
三	七
并得數	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇六六八〇〇一一〇六四五五五五五三九七
減得數	三一六二二七七六六〇一六八三七九三三一九九八八九三五四四四四六〇三一
	三一六二二七七六六〇一六八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

右術。求至第五次。即得三十二位方根。誠甚便矣。所難者。第四五次多位乘除耳。但除法用珠算口訣。既定商數。以下逐次遞減。若至尾位下。則除法位數。亦可逐漸省算。若乘法則起尾位。故以珠算而論。則定位難。若用筆算。則乘後并數難。茲變通籌算。立對表乘法。又參用平方廉隅。立截位乘法。二術庶可化難爲易。不嫌繁重。爲較便也。

表乘術曰。以乘法挨次遞加。列爲九行。如原實內九數不全者。不必全列九行。視原實首位何數。卽以第幾行爲第一數。再視次位。更以第幾行降一位爲第二數。每至三四數，則相幷一次。如是遞求至原實末位。乃併諸幷數。卽乘得數。

第四次三一六二二七七七自乘算式

表

第一行	三一六二二七七七
二行	六三二四五五五四
三行	九四八六八三三一
六行	一八九七三六六六二
七行	二二一三五九四三九

併諸併數	卽乘得數
一〇〇〇〇〇〇〇二五一九一七二九	

第二併數	
〇〇〇〇八七八一六四五一七二九	

第一併數	
八七六五	二二一三五九四三九 二二一三五九四三九 二二一三五九四三九 六三二四五五五四

第一數	
四三二一	六三二四五五五四 一八九七三六六六二 三一六二二七七七 九四八六八三三一

原實	
三一六二二七七七	

截乘術曰。法實各截分爲二。以法上截乘實上截。爲第一乘得數。法下截乘實上截。爲第二乘得數。法上截乘實下截。爲第三乘得數。法下截乘實下截。爲第四乘得數。相并。得總乘得數。若自乘。則上截自乘。爲第一乘得數。上下截互乘。倍之。爲第二乘得數。下截自乘。爲第三乘得數。相并。得總乘得數。

第五次三一六二二七七六六〇一六八三八〇自乘算式

上截表

第一行	三一六二二七七八
第二行	六三二四五五五二
第三行	九四八六八三二八
第六行	一八九七三六六五六
第七行	二二一三五九四三二
第八行	二五二九八二二〇八

下截表

第一行	六〇一六八三八〇
第三行	一八〇五〇五一四〇
第六行	三六一〇一〇二八〇
第八行	四八一三四七〇四〇

原實中	六〇一六八三八〇
第一數	一八九七三六六五六
二	〇三一六二二七七六
三	一八九七三六六五六
并數一	一一九〇二四二六二〇四一六〇〇〇〇
四	二五二九八二二〇八
五	九四八六八三二八
六	二五二九八二二〇八
并數二	二六四九九八八六二八八〇
總并	一九〇二六九一二〇三〇二二八八〇
倍之	三八〇五三八二四〇六〇四五七六〇

左右三數相併	乘得數
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇四二二四八〇九九五一八二四四〇〇	

總并	三六二〇二三三九五一八二四四〇〇
并數二	〇〇〇〇五〇四二一一〇二四四〇〇
六	四八一三四七〇四〇
五	一八〇五〇五一四〇
四	四八一三四七〇四〇
并數一	三六一九七二九七四〇八〇
三	三六一〇一〇二八〇
二	〇六〇一六八三八〇
第一數	三六一〇一〇二八〇
原實下	六〇一六八三八〇

總并	九九九九九九九九六一九四六一七六
并數二	〇〇〇〇八七七八四八二六一七六
八	一八九七三六六五六
七	二二一三五九四三二
六	二二一三五九四三二
五	六三二四五五五二
并數一	九九九九一二一七七一二〇〇〇〇
四	六三二四五五五二
三	一八九七三六六五六
二	三一六二二七七六
第一數	九四八六八三二八
原實上	三一六二二七七六

開方第四術

凡方積首位單一者。若用前術。則必以二爲第一數。而減餘數甚大。故遇平方積首位係單一。而第一數卽可用兩位。不必更用初商根。亦較便也。

術曰。以方積第二位。折半加一。幷入首位單一。爲第一數。餘依前術入之。

假如有方積㊀七七八二七九四一〇〇三八九。求十四位方根。

法以方積第二位七。折半加一。得四。再加首位之單一。得㊀四〇〇〇爲第一數。自乘得㊀九六〇〇。以方積截用五位。減之。得一八一八爲減餘數。二除之。又以第一數除之。得六四九爲第二數。又以減餘數除第一數自乘冪。得除法一〇七八。以四除第二數。除法除之。得第三數首二位一五。幷入第二數。得六六四。以減第一數。得㊀三三三六。去尾位六。進一算。爲第一次求得數。

又以㊀三三四〇〇〇〇爲第一數。自乘。得㊀七七九五五六〇。以方積截用八位。減之。得一二七六六爲減餘數。二除之。又第一數除之。得四七八四爲第二數。又以減餘數除第一數自乘冪。得除法一〇四。以四除第二數。除法除之。得第三數首位一。幷入第二數。得四七八五。以減第一數。得㊀三三三五二一五。去尾位五。進一算。爲第二次求得數。

又以㊀三三三五二二〇〇〇〇〇〇〇〇爲第一數。自乘。得㊀七七八二八〇九二四四八四〇〇。以方積減之。得減餘數一五一四四四五一〇。以二除之。又第一數除之。得五六七八三六五六爲第二數。

又以減餘數除第一數自乘冪得除法一一三以四除第二數除法除之得第三數首二位一二并入第二數得五六七八三六六八以減第一數得日三三三五二一四三二一六三三二去尾位二得十四位方根

第一次

第一數	日四〇〇〇
二	六四九
三	一五
并得數	〇〇六六四
減得數	日三三三四一
	日四〇〇〇

第二次

第一數	日三三四〇〇〇〇
二	四七八四
三	一
并得數	〇〇〇〇四七八五
減得數	日三三三五二一一四
	日三三四〇〇〇〇

第三次

第一數	日三三三五二二〇〇〇〇〇〇〇
二	五六七八三六五六
三	一二
并得數	〇〇〇〇〇〇五六七八三六六八
減得數	日三三三五二一四三二一六三三二
	日三三三五二二〇〇〇〇〇〇〇

開方第五術

凡方積首位單一。下有一空位者。則以空位下一位之數。折半加一。而第一數可得三位矣。然單一下有一空位。則空位下一位自乘之隅。尚在第五位。故第一數可得四位。不必更用前法也。

術曰。以空位下二位。折半加一。併入首二位爲第一數。餘依前術入之。

假如有方積㊀〇七四六〇七八二八三二一三。欲求十四位方根。

法以方積第三四位七四。折半加一。得三八。加首二位。得㊀〇三八〇〇〇〇爲第一數。自乘。得㊀〇七七四四四〇。以方積截用八位。減之。得減餘數二八三六二。以二除之。又第一數除之。得一三六六二爲第二數。以減餘除。

第一數。得三七。以除第二數。又四除之。得第三數九。并入第二數。得一三六七一。減第一數。尾位進一。得㊀〇三六六三三〇爲第一次求得數。又以㊀〇三六六三三〇〇〇〇〇〇〇〇爲第一數。自乘。得㊀〇七四六〇七九七六六八九〇〇。以方積減之。得減餘數一四八三六七七。以二除之。又第一數除之。得七一五六二三〇爲第二數。第三數在十五位下。不須求。卽以第二數減第一數。得㊀〇三六六三二九二八四三七七〇。去尾位〇。卽得十四位方根。

第一次

第一數	日〇三八〇〇〇〇
二	一三六七一
三	九
減得數	日〇三六六三三〇
	日〇三八〇〇〇〇

第二次

第一數	日〇三六六三三〇〇〇〇〇〇〇
	七一五六二三〇
減得數	日〇三六六三二九二八四三七七〇
	日〇三六六三三〇〇〇〇〇〇〇

開方第六術

凡方積首位單一下有二空位或數空位依前術求之第一數已可得多位若再參用求較數法則第一數之位數更多較易于前法

術曰以方積自乘以其單一下之零數折半內減方積零數爲第一較四歸之以減方積零數折半之數如方積空位二則截用其四位加一再加首三位爲第一數如方積空位三則截用其六位加一再加首四位爲第一數餘依前術入之

假如有方積日〇〇〇四五〇七三六四二五四五其自乘數爲日〇〇九〇三五〇四四八四一四欲求十四位方根

法以自乘零數折半得四五一七五二二四二〇七內減方積零數得〇〇一〇一五八一六六二爲第

一較。以方積零數折半。得二二五三六八二一一七二。以第一較前二位〇〇一〇。用四歸之。得〇〇〇二五。以減方積折半之零數。截用四位。進一算。得二二五二加首三位。得曰〇〇二二五二〇〇〇〇〇〇〇〇爲第一數。自乘。得曰〇〇四五〇九〇七一五〇四〇〇。內減方積。得減餘數一七〇七二四九五〇。以二除之。又第一數除之。得八五一七〇六七〇爲第二數。又以減餘數除第一數。得五八八。以四除第二數除之。得第三數首二位三六。幷入第二數。得八五一七〇七〇六。以減第一數。得曰〇〇二二五一一四八二九二九四。去尾位四。得十四位方根。

第一數	曰〇〇二二五二〇〇〇〇〇〇〇
二	八五一七〇六七〇
三	三六
幷得數	〇〇〇〇〇〇〇八五一七〇七〇六
減得數	曰〇〇二二五一一四八二九二九四
	曰〇〇二二五二〇〇〇〇〇〇〇〇

第一較	四五一七五二二四二〇七
	四五〇七二六四二五四五
	〇〇一〇一五八一六六二
	二二五三六八二一一七二
	〇〇〇二五
	二二五一一

開方第七術

凡方積有空位。已開方數次。而逐次求其較數。如開方數之第若干較。與前一次之第若干較。幾歸之相同。則以下開方數。只須加減而得。不必更開方。此舊法也。

術曰。以方積零數折半。內減第一次開方零數。爲第一次之第一較。　以第一次開方零數折半。內減第二次開方零數。爲第二次之第一較。以第一次之第一較。用四歸之。內減第二次之第一較。爲第二次之第二較。　以第二次開方零數折半。內減第三次開方零數。爲第三次之第一較。以第二次之第一較。四歸之。內減第三次之第一較。爲第三次之第二較。以第三次之第二較。八歸之。內減第三次之第二較。爲第三次之第三較。　以第三次開方零數折半。內減第四次開方零數。爲第四次之第一較。以第三次之第一較。四歸之。內減第四次之第一較。爲第四次之第二較。以第三次之第二較。八歸之。內減第四次之第二較。爲第四次之第三較。以第三次之第三較。十六歸之。內減第四次之第三較。爲四次之第四較。

如是遞求諸較。至無較而止。設第三次之第三較。十六歸之。與第四次之第三較。相減卻盡。是第四次無第四較。以下不必開方。卽可得其開方數矣。

法以第四次之第三較。十六歸之。爲第五次之第三較。以第四次之第二較。八歸之。內減第五次之第三較。爲第五次之第二較。以第四次之第一較。四歸之。內減第五次之第二較。爲第五次之第一較。以第四次開方零數折半。內減第五次之第一較。爲第五次開方零數。加空位及首位之單一。卽得第五次開方數。

假如有方積一〇一八一五一七二一七一八二。第一次開方。得一〇〇九〇三五〇四四八四一四。第二次。得一〇〇四五〇七三六四二五四五。第三次。得一〇〇二二五一一四八二九二九。第四次。得一〇〇二一二四九四一三九九九。欲求第五次開方數。

法以方積零數折半。得九〇七五八六〇八五九一。內減第一次開方零數。得第一次之第一較四〇八一六〇一七七。

又以第一次開方零數折半。得四五一七五二二四二〇七。內減第二次開方零數。得第二次之第一較一〇一五八一六六二。以第一次之第一較。四歸之。得一〇二〇四〇〇四四。內減第二次之第一較。得第二次之第二較四五八三八二。

又以第二次開方零數折半。得二二五三六八二一二七二。內減第三次開方零數。得第三次之第一較二五三三八三四三。以第二次之第一較。四歸之。得二五三九五四一五。內減第三次之第一較。得第三次之第二較五七〇七二。以第二次之第二較。八歸之。得五七二九七。內減第三次之第二較。得第三次之第三較二二五。

又以第三次開方零數折半。得一一二五五七四二四六四。內減第四次開方零數。得第四次之第一較六三二七四六五。以第三次之第一較。四歸之。得六三三四五八五。內減第四次之第一較。得第四次之第二較七一二〇。以第三次之第二較。八歸之。得七一三四。內減第四次之第二較。得第四次之第三較

一四。以第三次之第三較。十六歸之。仍得一四。知第四次開方數無四較。

于是以第四次之第三較。十六歸之。實不滿法。而滿五進一算。得一。爲第五次之第三較。以第四次之第二較。八歸之。得八九〇。內減第三較。得第五次之第二較八八九。以第四次之第一較。四歸之。得一五八一八六六。內減第二較。得第五次之第一較。一五八〇九七七。以第四次開方零數折半。得五六二四七〇六九九九。內減第一較。得第五次開方零數五六二三一二六〇二二。加三空位及首位之單一。得一〇〇〇五六二三一二六〇二二。卽第五次開方數也。

第一次

	九〇七五八六〇八五九一
	九〇三五〇四四八四一四
第一較	四〇八一六〇一七七

第二次

	四五一七五二二四二〇七
	四五〇七三六四二五四五
第一較	一〇一五八一六六二
	一〇二〇四〇〇四四
第二較	四五八三八二

第三次

	二二五三六八二一二七二
	二二五一一四八二九二九
第一較	二五三三八三四三
	二五三九五四一五
第二較	五七〇七二
	五七二九七
第三較	二二五

二〇九七一五二率	方　積	一〇
一〇四八五七六率	一次	三一六二二七七六六〇一六八四
五二四二八八率	二次	一七七八二七九四一〇〇三八九
二六二一四四率	三次	一三三三五二一四三二一六三三
一三一〇七二率	四次	一一五四七八一九八四六八九五
六五五三六率	五次	一〇七四六〇七八二八三二一三
三二七六八率	六次	一〇三六六三二九二八四三七七
一六三八四率	七次	一〇一八一五一七二一七一八二
八一九二率	八次	一〇〇九〇三五〇四四八四一四
四〇九六率	九次	一〇〇四五〇七三六四二五四五
二〇四八率	一〇次	一〇〇二二五一一四八二九二九
一〇二四率	一一次	一〇〇一一二四九四一三九九九
五一二率	一二次	一〇〇〇五六二三一二六〇二二
二五六率	一三次	一〇〇〇二八一一一六七八七八
一二八率	一四次	一〇〇〇一四〇五四八五一六九
六四率	一五次	一〇〇〇〇七　二七一七八九四
三二率	一六次	一〇〇〇〇三五一三五六七七五
一六率	一七次	一〇〇〇〇一七五六七四八四四
八率	一八次	一〇〇〇〇〇八七八三七〇三六
四率	一九次	一〇〇〇〇〇四三九一八四二二
二率	二〇次	一〇〇〇〇〇二一九五九一八七
一率	二一次	一〇〇〇〇〇一〇九七九五八七

除之。得一〇〇〇〇〇一八一九八三〇〇爲七次實。檢表與第二十一次相近。乃以二十一次率數一〇〇〇〇〇〇〇爲第七數。置七次實。以第二十一次一〇〇〇〇〇一〇九七九五八七除之。得一〇〇〇〇〇〇七二一八七〇五。乃以其零數七二一八七〇五爲實。以二十一次開方零數一〇九七九五八七除之。得六五七四六六〇爲末數。于是併諸數。得六三一三〇五六五七四六六〇爲實。以加倍二十二次率數二〇九七一五二除之。得〇三〇一〇二九九九五六六三有餘。卽二之對數也。

首數	五二四二八八〇〇〇〇〇〇〇
二	六五五三六〇〇〇〇〇〇〇
三	三二七六八〇〇〇〇〇〇〇
四	八一九二〇〇〇〇〇〇〇
五	五一二〇〇〇〇〇〇〇
六	八〇〇〇〇〇〇〇
七	一〇〇〇〇〇〇
末數	六五七四六六〇
并得數	六三一三〇五六五七四六六〇
除得數	〇三〇一〇二九九九五六六三

按凡眞數爲兩眞數相乘而得者。其對數爲兩對數相加而得。眞數爲數眞數累乘而得者。其對數亦爲數對數累加而得。又凡單一下有五六零位之眞數。其對數可以第二十一次之開方數比例而得。今所設眞數二。以第二次第五次第六次第八次第十二次第十八次第二十一次各開方數除之。而得一〇〇〇〇〇七二一八七〇五。以還原而言。是眞數二。係以一〇〇〇〇〇〇七二一八七〇五與第二第五第六第八第十二第十八第二十一各次開方數累乘而得也。其對數。應以第二第五等次開方數之對數。與一〇〇〇〇〇〇七二一八七〇五之對數。累加而得。而一〇〇〇〇〇〇七二一八七〇五之對數。以開方表第二十一次之零數。除其零數。又以二十二次率數除之。而得其對數。其逐次開方數之對數。則置各次率數。亦以二十二次率數除之。而得其對數。故以第二第五第次率數。加第二十一次開方零數。除累除所得零數之數。以二十二次率數除之。而得二之對數也。凡諸數皆依此術求之。如首位非單位者。命爲單位。求得數後。再加或十或百千萬之對數。

對數簡法卷之下

前術以開方表徑求諸對數。法已簡矣。但除法畸零。易致譌舛。故必先求七十二數之對數。七十二數者。自一至九。自一一至一九。自一〇一至一〇九。自一〇〇一至一〇〇九。自一〇〇〇一至一〇〇〇九。自一〇〇〇〇一至一〇〇〇〇九。自一〇〇〇〇〇一至一〇〇〇〇〇九之七十二數也。有七十二對數。則諸對數皆從此而生。然求七十二數之法。若用前術以開方數遞除法。猶藉二十一次之開方表。以資其用。若假設一數。爲一〇〇〇〇〇一之對數。挨次遞求。即可得諸數之假設對數。因而轉求十之假設對數。以與十之定準對數爲比例之率。亦可得七十二數之定準對數。既得七十二對數。則諸對數皆在是矣。如此則不但無須逐數用屢次開方法。即開方表亦可省求。此誠求對數至簡之法也。

假如定十之對數爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。求七十二對數。

法假設單一爲一〇〇〇〇〇〇〇一之對數。下加七空位。得一〇〇〇〇〇〇〇〇。爲一〇〇〇〇〇〇一之假設對數。次求一〇〇〇〇〇〇〇二之假設對法。以一〇〇〇〇〇〇〇一之假設對數一〇〇〇〇〇〇〇爲首數。置一〇〇〇〇〇〇〇二。以一〇〇〇〇〇〇〇一除之。得一〇〇〇〇〇〇〇九九九九九九。以其七空位後零數九九九九九九九爲末數。并首末二數。得一九九九九九九九。爲一〇〇〇〇

〇〇二之假設對數。次求一〇〇〇〇〇〇三之假設對數。法以一〇〇〇〇〇〇二之假設對數一九九九九九九爲首數。置一〇〇〇〇〇〇三。以一〇〇〇〇〇〇二除之。除得七空位後之零數九九九九九八爲末數。并二數得二九九九九七。爲一〇〇〇〇〇〇三之假設對數。如是遞求至一〇〇〇〇〇〇九。以及一〇〇〇〇〇〇一。並同此法。

其自一〇〇〇〇〇〇二以下。則用二次除法。如求一〇〇〇〇〇〇二之假設對數。法以一〇〇〇〇〇一之假設對數九九九九九九五五爲首數。置一〇〇〇〇〇二。以一〇〇〇〇〇一除之。得一〇〇〇〇〇〇九九九九九〇。視前八位。係六空位零九。卽以一〇〇〇〇〇九之假設對數八九九九九九六四爲第二數。置除得數。以一〇〇〇〇〇九除之。除得七空位後零數九九九八九一爲末數。并三數。得一九九九九八一〇。爲一〇〇〇〇〇二之假設對數。如是遞求至一〇〇〇〇〇九。以及一〇〇〇〇一。並同此法。

其自一〇〇〇〇〇二以下。則用三次除法。如求一〇〇〇〇〇二之假設對數。法以一〇〇〇〇一之假設對數九九九九五〇五〇爲首數。置一〇〇〇〇二。以一〇〇〇〇一除之。得一〇〇〇〇〇九九九九九〇〇〇〇。爲第一除得數。視前七位。係五空位零九。卽以一〇〇〇〇〇九之假設對數八九九九九九五九九五爲第二數。置第一除得數。以一〇〇〇〇〇九除之。得一〇〇〇〇〇九九九八九一〇〇爲第二除得數。視前八位。係六空位零九。卽以一〇〇〇〇〇九之假設對數八九九九九六四

爲第三數。置第二除得數。以一〇〇〇〇〇九除之。除得七空位後零數九九八九〇九一爲末數。并四數。得一九九九八〇一〇〇。爲一〇〇〇〇二之假設對數。　如是遞求至一〇〇〇〇九。以及一〇〇〇一。並同此法。

其自一〇〇〇二以下。則用四次除法。如求一〇〇〇二之假設對數。法以一〇〇〇一之假設對數九九九五〇〇五三三爲首數。置一〇〇〇二。以一〇〇〇一除之。得一〇〇〇九九九九〇〇〇一〇〇爲第一除得數。視前六位係四空位零九。卽以一〇〇〇〇九之假設對數八九九九五九五四七四爲第二數。置第一除得數。以一〇〇〇〇九除之。得一〇〇〇〇〇九九八九一〇一九八爲第二除得數。視前七位係五空位零九。卽以一〇〇〇〇〇九之假設對數八九九九九五九九五爲第三數。置第二除得數。以一〇〇〇〇〇九除之。得一〇〇〇〇〇〇九八九〇九三〇八爲第三除得數。視前八位係六空位零九。卽以一〇〇〇〇〇〇九之假設對數八九九九九六四爲第四數。置第三除得數。以一〇〇〇〇〇〇九除之。除得七空位後零數八九〇九三〇〇爲末數。并五數。得一九九八〇〇一二六六。爲一〇〇〇二之假設對數。　如是遞求至一〇〇〇九。以及一〇〇一。並同此法。

其自一〇〇二以下。則用五次除法。如求一〇〇二之假設對數。法以一〇〇一之假設對數九九九五〇〇三八三〇二爲首數。置一〇〇二。以一〇〇一除之。得一〇〇〇九九九〇〇〇九九九〇〇爲第一除得數。視前五位係三空位零九。卽以一〇〇〇九之假設對數八九九五九五二八七七八爲第二

數。置第一除得數。以一〇〇〇九除之。得一〇〇〇九八九一一九七八二二爲第二除得數。視前六位。係四空位零九。卽以一〇〇〇〇九之假設對數八九九九五九五四七四爲第三數。置第二除得數。以一〇〇〇〇九除之。得一〇〇〇〇〇八九一一一七六二一爲第三除得數。視前七位。係五空位零八。卽以一〇〇〇〇〇八之假設對數七九九九六八四〇爲第四數。置第三除得數。以一〇〇〇〇〇八除之。得一〇〇〇〇〇九二一一六八九三爲第四除得數。視前八位。係六空位零九。卽以一〇〇〇〇〇九之假設對數八九九九九六四爲第五數。置第四除得數。以一〇〇〇〇〇九除之。除得七空位後零數一一一六八九二爲末數。并六數。得一九九八〇〇二七六二五〇。爲一〇〇二之假設對數。　如是遞求至一〇〇九。以及一〇一。並同此法。

其自一〇二至一〇九。以及一一之假設對數。則用六次除法。其自一二至一九。以及二之假設對數。則用七次除法。均依前術求之。既得二以上諸假設對數。乃以二之假設對數六九三一四七二一五一七九六八。倍之。得一三八六二九四四三〇三五九三六爲四之假設對數。加一八之假設對數五八七七八六六九四二五九九九八。得一九七四〇八一一二四六一九三四。爲七二之假設對數。加再一四之假設對數三三六四七二二五三四二七三六。得二三一〇五五三三七八〇四六七〇。爲十〇〇八之假設對數。內減一〇〇八之假設對數七九六八一七〇〇四七二七。得二三〇二五八五二〇七九九九四三。爲十之假設對數也。

按。以二之假設對數四因之。得十六之假設對數。內減一六之假設對數。亦得十之假設對數。又或以二之假設對數三因之。得八之假設對數。加一三之假設對數。得十〇四之假設對數。內減一〇四之假設對數。亦得十之假設對數。此二假設對數前十二位。與前所得相同。而尾位較小。以爲除法。見後。則得數太贏。故置不用。

假設對數表

眞數	一〇〇〇〇〇〇一	假設對數	〇〇〇〇〇〇〇一〇〇〇〇〇〇〇
	一〇〇〇〇〇〇二		〇〇〇〇〇〇〇一九九九九九九九
	一〇〇〇〇〇〇三		〇〇〇〇〇〇〇二九九九九九九九七
	一〇〇〇〇〇〇四		〇〇〇〇〇〇〇三九九九九九九九四
	一〇〇〇〇〇〇五		〇〇〇〇〇〇〇四九九九九九九九〇
	一〇〇〇〇〇〇六		〇〇〇〇〇〇〇五九九九九九九八五
	一〇〇〇〇〇〇七		〇〇〇〇〇〇〇六九九九九九九七九
	一〇〇〇〇〇〇八		〇〇〇〇〇〇〇七九九九九九九七二
	一〇〇〇〇〇〇九		〇〇〇〇〇〇〇八九九九九九九六四
	一〇〇〇〇〇一		〇〇〇〇〇〇〇九九九九九九九五五
	一〇〇〇〇〇二		〇〇〇〇〇〇一九九九九九九八一〇
	一〇〇〇〇〇三		〇〇〇〇〇〇二九九九九九九五六五
	一〇〇〇〇〇四		〇〇〇〇〇〇三九九九九九九二二〇
	一〇〇〇〇〇五		〇〇〇〇〇〇四九九九九九八七七五
	一〇〇〇〇〇六		〇〇〇〇〇〇五九九九九九八二三〇
	一〇〇〇〇〇七		〇〇〇〇〇〇六九九九九九七五八五
	一〇〇〇〇〇八		〇〇〇〇〇〇七九九九九九六八四〇
	一〇〇〇〇〇九		〇〇〇〇〇〇八九九九九九五九九五

假設對數表

眞數	一〇〇〇〇一	假設對數	〇〇〇〇〇〇九九九九九五〇五〇
	一〇〇〇〇二		〇〇〇〇〇一九九九九八〇一〇〇
	一〇〇〇〇三		〇〇〇〇〇二九九九九五五一五一
	一〇〇〇〇四		〇〇〇〇〇三九九九九二〇二〇二
	一〇〇〇〇五		〇〇〇〇〇四九九九八七五二五四
	一〇〇〇〇六		〇〇〇〇〇五九九九八二〇三〇七
	一〇〇〇〇七		〇〇〇〇〇六九九九七五五三六一
	一〇〇〇〇八		〇〇〇〇〇七九九九六八〇四一七
	一〇〇〇〇九		〇　〇〇〇八九九九五九五四七四
	一〇〇〇一		〇〇〇〇〇九九九九五〇〇五三三
	一〇〇〇二		〇〇〇〇一九九九八〇〇一二六六
	一〇〇〇三		〇〇〇〇二九九九五五〇二三九九
	一〇〇〇四		〇〇〇〇三九九九二〇〇四一三一
	一〇〇〇五		〇〇〇〇四九九八七五〇六六六三
	一〇〇〇六		〇〇〇〇五九九八二〇一〇一九四
	一〇〇〇七		〇〇〇〇六九九七五五一四九二四
	一〇〇〇八		〇〇〇〇七九九六八〇二一〇五二
	一〇〇〇九		〇〇〇〇八九九五九五二八七七八

假設對數表

眞數	假設對數
一一	〇〇九五三一〇一八四五六四九九
一二	〇一八二三二一五六五九〇〇七二
一三	〇二六二三六四二七七五七二二〇
一四	〇三三六四七二二五三四二七三六
一五	〇四〇五四六五一二八三六〇二〇
一六	〇四七〇〇〇三六五二七二一一二
一七	〇五三〇六二八二七七五六五三七
一八	〇五八七七八六六九四二五九九八
一九	〇六四一八五三九一八二三〇四八

二	〇六九三一四七二一五一七九六八
四	一三八六二九四四三〇三五九三六
七二	一九七四〇八一一二四六一九三四
一〇〇八	二三一〇五五三三七八〇四六七〇
一〇	二三〇二五八五二〇七九九九四三

既得十之假設對數。以爲除法。用除逐數之假設對數。卽得逐數之定準對數也。如以二三〇二五八五二〇七九九九四三爲除法。除四之假設對數一三八六二九四四三〇三五九三六。得〇六〇二〇五九九九一三二八。爲四之定準對數。以除法除二之假設對數〇六九三一四七二一五一七九六八。得〇三〇一〇二九九五六六四。爲二之定準對數。以除法除一九之假設對數〇六四一八五三九一八二三〇四八。得〇二七八七五三六〇〇九五三。爲一九之定準對數。如是遞除至一〇〇〇〇〇一之假設對數。可盡得二以上六十四定準對數。幷四之定準對數。爲定準對數六十有五。其七十二對數內。除一之對數恆爲〇。不須求外。祇須補求三五六七八九共六數之定準對數耳。于是以一二之定準對數。首位加一。得一〇七九一八一二四六〇四八。爲十二之定準對數。內減四之定準對數。得〇四七七一二一二五四七二〇。爲三之定準對數。以三之定準對數。內加二之定準對數。得〇七七八一五一二五〇三八四。爲六之定準對數。以十之定準數對數一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。內減二之定準對數。得〇六九八九七〇〇〇四三三六。爲五之定準對數。以一四之定準對數。首位加一。得一一四六一二八〇三五六七九。爲十四之定準對數。內減二之定準對數。得〇八四五〇九八〇四〇〇一五。爲七之定準對數。以二之定準對數。與四之定準對數相加。得〇九〇三〇八九九八六九九二。爲八之定準對數。以一八之定準對數。首位加一。得一二五五二七二五〇五一〇三。爲十八之定準對數。內減二之定準對數。得〇九五四二四二四二五〇九四三九。爲九之定準對數。而七十二數之對數全矣。

七十二數定準對數表

	一〇〇〇〇一	對　數	〇〇〇〇〇〇四三四二九二三
	一〇〇〇〇二		〇〇〇〇〇〇八六八五八〇三
	一〇〇〇〇三		〇〇〇〇〇一三〇二八六三九
	一〇〇〇〇四		〇〇〇〇〇一七三七一四三二
	一〇〇〇〇五		〇〇〇〇〇二一七一四一八一
	一〇〇〇〇六		〇〇〇〇〇二六〇五六八八七
	一〇〇〇〇七		〇〇〇〇〇三〇三九九五五〇
	一〇〇〇〇八		〇〇〇〇〇三四七四二一六九
	一〇〇〇〇九		〇〇〇〇〇三九〇八四七四五弱
	一〇〇〇一		〇〇〇〇〇四三四二七二七七
	一〇〇〇二		〇〇〇〇〇八六八五〇二一二
	一〇〇〇三		〇〇〇〇一三〇二六八八〇五强
	一〇〇〇四		〇〇〇〇一七三六八三〇五八
	一〇〇〇五		〇〇〇〇二一七〇九二九七二
	一〇〇〇六		〇〇〇〇二六〇四九八五四七
	一〇〇〇七		〇〇〇〇三〇三八九九七八五弱
	一〇〇〇八		〇〇〇〇三四七二九六六八五强
	一〇〇〇九		〇〇〇〇三九〇六八九二五〇

七十二數定準對數表

眞數	一〇〇一	對數	〇〇〇〇四三四〇七七四七九
	一〇〇二		〇〇〇〇八六七七二一五三一
	一〇〇三		〇〇〇一三〇〇九三三〇二〇
	一〇〇四		〇〇〇一七三三七一二八〇九
	一〇〇五		〇〇〇二一六六〇六一七五七
	一〇〇六		〇〇〇二五九七九八〇七二〇
	一〇〇七		〇〇〇三〇二九四七〇五五四
	一〇〇八		〇〇〇三四六〇五三二一〇九
	一〇〇九		〇〇〇三八九一一六六二三七
	一〇一		〇〇〇四三二一三七三七八三
	一〇二		〇〇〇八六〇〇一七一七六二
	一〇三		〇〇一二八三七二二四七〇五强
	一〇四		〇〇一七〇三三三三九二九九
	一〇五		〇〇二一一八九二九九〇七〇
	一〇六		〇〇二五三〇五八六五二六五弱
	一〇七		〇〇二九三八三七七七六八五强
	一〇八		〇〇三三四二三七五五四八七
	一〇九		〇〇三七四二六四九七九四一

七十二數定準對數表

眞數	一一	對數	〇〇四一三九二六八五一五九
	一二		〇〇七九一八一二四六〇四八
	一三		〇一一三九四三三五二三〇七
	一四		〇一四六一二八〇三五六七九
	一五		〇一七六〇九一二五九〇五六
	一六		〇二〇四一一九九八二六五六
	一七		〇二三〇四四八九二一三七八
	一八		〇二五五二七二五〇五一〇三
	一九		〇二七八七五三六〇〇九五三
	一		〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
	二		〇三〇一〇二九九九五六六四
	三		〇四七七一二一二五四七二〇
	四		〇六〇二〇五九九九一三二八
	五		〇六九八九七〇〇〇四三三六
	六		〇七七八一五一二五〇三八四
	七		〇八四五〇九八〇四〇〇一五弱
	八		〇九〇三〇八九九八六九九二
	九		〇九五四二四二五〇九四三九

有七十二對數。求諸對數。

舊法求諸對數。用九十九對數、七十二對數外。尚有單一下七八九空位零一至九諸數之對數。顧求十一二位之對數。除得六七空位。即可一次乘除而得。故七十二數已敷用。不必九十九數也。

假如有七十二對數。求二十三之對數。

法視二十三之首位。係十。即以十之對數爲第一數。　次置二十三降一位。得二三。視前一位係二。即以二之對數爲第二數。　次置二三。以二除之。得一一五〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲第一除得數。視前二位係一一。即以一一之對數爲第三數。　次置第一除得數。以一一除之。得一〇四五四五四五四五四五四五爲第二除得數。視前三位係一〇四。即以一〇四之對數爲第四數。　次置第二除得數。以一〇四除之。得一〇〇五二四四七五五二四四八爲第三除得數。視前四位係一〇〇五。即以一〇〇五之對數爲第五數。　次置第三除得數。以一〇〇五除之。得一〇〇二四三五三七五五七〇爲第四除得數。視前五位係一〇〇二。即以一〇〇二之對數爲第六數。　次置第四除得數。以一〇〇二除之。得一〇〇〇四三五二八八五一二爲第五除得數。視前六位係一〇〇〇四。即以一〇〇〇〇〇〇四之對數爲第七數。　次置第五除得數。以一〇〇〇四除之。得一〇〇〇三五二八七一〇一爲第六除得數。視前七位係一〇〇〇〇三。即以一〇〇〇〇三之對數爲第八數。

次置第六除得數。以一〇〇〇〇〇三除之。得一〇〇〇〇〇五二八七〇八五爲第七除得數。視前

按今所求尾位三六〇一九截用十一位當得三六〇與表合舊法所求尾位三六〇六截用十一位尾位滿五進一算當得三六一尚稍贏也

假如有七十二對數求五千六百八十九之對數

法視五千六百八十九之首位係千即以十之對數三因之得千之對數爲第一數次置五千六百八十九降三位得五六八九以首位之五除之得一一三七八〇〇〇〇〇〇〇〇又以前二位之一一除之得一〇三四三六三六三六三六又以前三位之一〇三除之得一〇〇四二三六五四〇一五八九又以前四位之一〇〇四除之得一〇〇〇二三五五九七七六七八又以前五位之一〇〇〇二除之得一〇〇〇三五五九〇六四九七又以前六位之一〇〇〇〇三除之得一〇〇〇〇五五九〇四八二〇又以前七位之一〇〇〇〇〇五除之得一〇〇〇〇〇五九〇四七九〇又以前八位之一〇〇〇〇〇五除之除得七空位後零數九〇四七九〇于是以五與一一與一〇三與一〇〇四與一〇〇〇二與一〇〇〇三與一〇〇〇〇五與一〇〇〇〇〇五之各對數爲第二三四五六七八九等數又以十之假設對數除七空位後零數得三九二九四爲第十數并十數得三七五五〇三五九三三七六八爲五千六百八十九之對數

第一數		對數	
二	千〇〇〇	又	三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三	五	又	〇六九八九七〇〇〇四三三六
四	一一	又	〇〇四一三九二六八五一五九
五	一〇三	又	〇〇一二八三七二二四七〇五
六	一〇〇四	又	〇〇〇一七三三七一二八〇九
七	一〇〇〇二	又	〇〇〇〇八六八五〇二一一二
八	一〇〇〇〇三	又	〇〇〇〇〇一三〇二八六三九
九	一〇〇〇〇〇五	又	〇〇〇〇〇二一七一四六七
十	一〇〇〇〇〇〇五	又	〇〇〇〇〇〇二一七一四七
			三九二九四
			三七五五〇三五九三三七六八

按今所求得尾數三三七六八截用十一位尾位進一與表中所列三三八合舊法所求三三七一稍弱也

第一數	三六	對數	一五五六三〇二五〇〇七六八
二	一〇二	又	〇〇〇八六〇〇一七一七六二
三	一〇〇七	又	〇〇〇三〇二九四七〇五五四
四	一〇〇〇六	又	〇〇〇〇二六〇四九八五四七
五	一〇〇〇〇二	又	〇〇〇〇〇〇八六八五八〇三
六	一〇〇〇〇〇〇九	又	〇〇〇〇〇〇〇三九〇八六五
七			五七六九
			一五六八二〇一七二四〇六八

按眞數二位應用八數此因第五次除法得兩空位故省一數

假如有一百三十之對數二一一三九四三三五二三〇七求一百三十一之對數

法以一百三十之對數爲第一數置一百三十一以一百三十除之得一〇〇七六九二三〇七六九二三又以前四位一〇〇七除之得一〇〇〇六八七四九五二二五七又以前五位一〇〇〇六除之得一〇〇〇〇八七四四二七六〇一又以前六位一〇〇〇〇八除之得一〇〇〇〇七四四二一六

四七。又以前七位一〇〇〇〇〇〇七除之。得一〇〇〇〇〇〇四四二一六一六。又以前八位一〇〇〇〇〇〇〇四除之。除得七空位後零數四二一六一六。于是以一〇〇七與一〇〇〇六與一〇〇〇〇八與一〇〇〇〇〇七與一〇〇〇〇〇〇四之各對數。爲第二三四五六等數。又以十之假設對數。除七空位後零數。得一八三一一爲第七數。并七數。得二一一七二七一二九五六五七。爲一百三十一之對數也。

第一數	一三〇	對數	二一一三九四三三五二三〇七
二	一〇〇七	又	〇〇〇三〇二九四七〇五五四
三	一〇〇〇六	又	〇〇〇〇二六〇四九八五四七
四	一〇〇〇〇八	又	〇〇〇〇〇三四七四二一六九
五	一〇〇〇〇〇七	又	〇〇〇〇〇〇三〇四〇〇五一
六	一〇〇〇〇〇〇四	又	〇〇〇〇〇〇〇一七三七一八
七			一八三一一
			二一一七二七一二九五六五七

假如有一千〇四十八之對數三〇二〇三六一二八二六四九。求一千〇四十九之對數。

法以一千〇四十八之對數爲第一數。置一千〇四十九。以一千〇四十八除之。得一〇〇〇九五四一九八四七三三。又以前五位一〇〇〇九除之。得一〇〇〇〇五四一四九七三八五。又以前六位一〇〇〇〇五除之。得一〇〇〇〇四一四九五三一〇。又以前七位一〇〇〇〇四除之。得一〇〇〇〇〇一四九五三〇四。又以前八位一〇〇〇〇一除之。除得七空位後零數四九五三〇四。于是以一〇〇〇九與一〇〇〇〇五與一〇〇〇〇四與一〇〇〇〇一之各對數。爲第二三四五等數。又以十之假設對數。除七空位後零數。得二一五一一爲第六數。并六數。得三〇二〇七七五四八八一九四。爲一千〇四十九之對數也。

第一數	一〇四八	對數	三〇二〇三六一二八二六四九
二	一〇〇九	又	〇〇〇三九〇六八九二五〇
三	一〇〇〇五	又	〇〇〇〇二一七一四一八一
四	一〇〇〇四	又	〇〇〇〇〇一七三七一七四
五	一〇〇〇一	又	〇〇〇〇〇〇四三四二九
六			二一五一一
			三〇二〇七七五四八八一九四

假如有五萬六千八百九十之對數四七五五〇三五九三三七二五。求五萬六千八百九十一之

對數。

法以五萬六千八百九十之對數爲第一數。置五萬六千八百九十一。以五萬六千八百九十除之。得一〇〇〇〇一七五七七七八一七。又以前六位一〇〇〇〇一除之。得一〇〇〇〇七五七七七〇五九。又以前七位一〇〇〇〇〇七除之。得一〇〇〇〇〇五七七七〇一九。又以前八位一〇〇〇〇〇五除之。除得七空位後零數七七七〇一八。于是以一〇〇〇〇一與一〇〇〇〇七與一〇〇〇〇〇五之各對數爲第二三四等數。又以十之假設對數除七空位後零數。得三三七四五。爲第五數。并五數。得四七五五〇四三五六七五九一。爲五五萬六千八百九十一之對數也。

第一數	五六八九〇		
二	一〇〇〇〇一	對數 又	四七五五〇三五九三三七二五
三	一〇〇〇〇七	又	〇〇〇〇〇四二四二九二三
四	一〇〇〇〇〇〇五	又	〇〇〇〇〇〇三〇四〇〇五一
五		又	〇〇〇〇〇〇一一七一四七
			三六七四五
			四七五五〇四三五六七五九一

按。此法求得數數後。尾位畸零累積。恐有不合。仍須用前法以定尾數。方無進退一筭之差。

續對數簡法

(求表捷術之一)

戴煦撰

本館叢書集成初編所選
粵雅堂叢書小萬卷樓叢
書皆收有此書粵雅在前
故據以排印

續對數簡法

數之用。乘除加減而已。乘與除對。加與減對。而乘除之與加減。則兩不相通。對數欲以加減代乘除。故求之殊不易。鄂士戴先生著爲簡法。別立開方製表。得表後以累除代開。後復捨開方而用假設數。求定準數。較舊已簡。顧其開平方用遞乘遞除。竊謂此乃開諸乘方通法。不獨平方。以語鄂士。翼日各以所立術互質。允若合符。說詳自序。鄂士既得此通法。乃續行推衍。分倍大折小率。以示其綱。求對數根以總其要。參之用數借數以濟其窮。于是法愈簡。得數亦愈密。書成。屬序于余。余維加減不通于乘除。而妙能通之者。惟遞加數。數中遞加一、得諸根。遞加根、得平積。遞加平積、得立積。乃至多乘積。加既由根而得積。減亦由積而得根。蓋加卽乘。減卽除矣。且逐層皆屬方廉隅。遞以次層乘之。首層除之。得自上而下逐層。而其數皆倍。遞以首層乘之。次層除之。得自下而上逐層。而其數皆半。是則諸乘方連比例。與夫假數折半眞數開方之蘊。悉錯綜參伍。默而寓之於一圖。開方通法。卽從此數轉變而出者。故能抉乘除加減之根。而操乎其所不得遁。遞加之爲數。誠妙矣哉。此數舊稱廉率。亦曰三角堆。惜未有表章而推闡之者。今鄂士以此闡對數逐次乘除法。遞加根也。二數三數至多數。遞加積也。根定而積從。于此探對數之眞源。卽于此顯遞加之神應。讀是書者果因端竟委而觀其通。會心當自不遠也。道光丁未巧夕前一日。梅侶弟項名達題于印蓮小室

前歲之秋。予以對數簡法呈梅侶項先生。翼日謂予曰。連比例遞求法。可開平方。亦可開諸乘方。會得二術。屬稿未定。予歸而思之。亦得二術。以呈先生。而先生亦以定稿見示。其逐數皆正一術。與予正負相閒者不同。其第一數正。而以下皆負、一術。則若合符節焉。於是開諸乘方。遂有三術。予思既有三術。必更有一術。因補衍之。將呈先生。而先生適以補衍一術見示。又若合符節焉。惟先生以乘數加一爲廉率。而予以連比例率推之。復一一脗合。因以其法。用代累乘求積。亦無不可通。乃知廉率本通於連比例率也。夫對數開平方多次。以開方舊法。至十二乘。已屬繁重。斷難開至億兆乘。故以平方代開耳。今開諸乘方。既通爲一法。可不必代開。由是因繁得簡。復推得開極多位九乘方之法。而對數之簡法出矣。蓋前術用假設對數。乃立天元一術。卽西人之借根方。但天元一可乘而不受除。常寄除法爲母。今須累除數百次。則寄母極繁。不可算。不得不徑用除法。既用除法。則數百次之畸零累積。其差甚大。故難求至多位。不如連比例遞求法之所差極微也。至對數還原。卽代累乘求積之法而變通之。因亦類坿焉。丙午秋八月。鄂士戴煦識於脩汲齋。

續對數簡法總目

以本數爲積求折小各率四術
以本數爲根求倍大各率四術
求對數根
求用數
求借數之對數
有借數求諸對數
求借用本數之對數
求備減表
求借用率數
有對數求眞數

續對數簡法

論率

對數生於連比例率。如設一數爲本數第一率。命爲方根。則其自乘之積。爲倍大第二率。再自乘之積。爲倍大第三率。三自乘之積。爲倍大第四率。故以本數之對數二乘之。卽自乘積之對數。三乘之。卽再乘積之對數。四乘之。卽三乘積之對數。若反言之。則設一數爲本數第一率。命爲方積。而其開平方之根。爲折小第二率。開立方之根。爲折小第三率。三乘方之根。爲折小第四率。故以本數之對數二除之。卽平方根之對數。三除之。卽立方根之對數。四除之。卽三乘方根之對數。推之多乘。其倍大折小之率。莫不皆然。然倍大各率。與連比例率相應。而折小各率不相應者。謂二率平方積自乘。一率方根除之。得三率立方積。三率平方立方二積相乘。一率方根除之。得四率三乘方積。推之各率皆然。折小各率則不然。蓋倍大之率。率數也。故求對數用乘法。折小之率。率分也。故求對數用除法。倍大不僅率數。亦有率分。如以二率之二除一率之一。得〇五。卽倍大第二率之率分。以三率之三除一率之一。得〇三三三三零。卽倍大第三率之率分。折小不僅率分。亦有率數。如〇五。卽折小第二率之率數。〇三三三三零。卽折小第三率之率數。其倍大折小同率之率分率數。恆兩兩反對。其每率之率分率數。恆與第一率之一爲三率連比例。而必以一爲中率。故以率分除之。或以率數乘之。得數必同。且不特此也。率有整。亦有零。整率者。如倍大折小一二三四等率。非率分爲整數。卽率數爲整數。零率者。如有一數。較本數

開平方根則不足。較本數開立方根則有餘。其率分必爲二而下帶畸零小餘。或較本數自乘積則有餘。較本數再乘積則不足。其率數亦必爲二而下帶畸零小餘。而以此種帶畸零之率分或率數爲首率。一爲中率。求其末率。必仍帶畸零。是此種倍大折小之率分率數。皆帶畸零而成零率矣。若今所用之對數。正眞數之率數也。非率分。而其本數第一率爲一〇。故一〇之對數爲一。卽一率之一。而一〇〇爲本數倍大第二率。其對數亦爲二。一〇〇〇爲本數倍大第三率。其對數亦爲三。若一以上。一〇以下。自二至九。則不滿一率。故對數首位爲〇。而下帶畸零。一〇以上。一〇〇以下。自十一至九十九。則不滿二率。故對數首位爲一。而下帶畸零。此卽所謂零率也。知對數之爲連比例率數。而求對數之法。可得而言矣。

倍大率

率數	率一	率分
一〇〇〇	方根	一〇〇〇
	率二	
二〇〇〇	平方積	〇五〇〇
	率三	
三〇〇〇	立方積	〇三三三
	率四	
四〇〇〇	三乘方積	〇二五〇
	率五	
五〇〇〇	四乘方積	〇二〇〇
	率六	
六〇〇〇	五乘方積	〇一六六
	率七	
七〇〇〇	六乘方積	〇一四二
	率八	
八〇〇〇	七乘方積	〇一二五
	率九	
九〇〇〇	八乘方積	〇一一一
	率十	
十〇〇〇	九乘方積	〇一〇〇

折小率

分率	率一	數率
一〇〇〇	方積	一〇〇〇
	率二	
二〇〇〇	平方根	〇五〇〇
	率三	
三〇〇〇	立方根	〇三三三
	率四	
四〇〇〇	三乘方根	〇二五〇
	率五	
五〇〇〇	四乘方根	〇二〇〇
	率六	
六〇〇〇	五乘方根	〇一六六
	率七	
七〇〇〇	六乘方根	〇一四二
	率八	
八〇〇〇	七乘方根	〇一二五
	率九	
九〇〇〇	八乘方根	〇一一一
	率十	
十〇〇〇	九乘方根	〇一〇〇

以本數爲積求折小各率

第一術

法檢本率乘數之開方初商表。取其較小於本數者。以其根爲第一數正。次以本數爲除法。以初商實減本數。其減餘數爲乘法。其所求第幾率。名爲率分。乃以乘法乘第一數。除法除之。又以率分除之。爲第二數正。以乘法乘第二數。除法除之。又以率分加一、乘之。二因率分除之。爲第三數正。乘法乘第三數。除法除之。二因率分加一、乘之。三因率分除之。爲第四數正。乘法乘第四數。除法除之。三因率分加一、乘之。四因率分除之。爲第五數正。如是遞求至應求位數。乃幷諸正數。得所求。

按此術項氏所定。

第二術

法檢本率乘數之開方初商表。取其較小於本數者。以其根爲第一數正。次以初商實爲除法。以初商實減本數。其減餘數爲乘法。乃以乘法乘第一數。除法除之。又以率分除之。爲第二數正。乘法乘第二數。除法除之。又以率分減一、乘之。二因率分除之。爲第三數負。乘法乘第三數。除法除之。二因率分減一、乘之。三因率分除之。爲第四數正。乘法乘第四數。除法除之。三因率分減一、乘之。四因率分除之。爲第五數負。如是遞求至應求位數。乃幷諸正數。又幷諸負數、減之。得所求。

按此術予所定。

第三術

法檢本率乘數之開方初商表。取其較大於本數者。以其根爲第一數正。次以初商實爲除法。初商實內減本數。其減餘數爲乘法。乃以乘法乘第一數。除法除之。又以率分除之。爲第二數負。乘法乘第二數。除法除之。又以率分減一、乘之。二因率分除之。爲第三數負。乘法乘第三數。除法除之。二因率分減一、乘之。三因率分除之。爲第四數負。乘法乘第四數。除法除之。三因率分減一、乘之。四因率分除之。爲第五數負。如是遞求至應求位數。乃幷諸負數。減第一正數。得所求。

按前開平方七術。卽此法。

第四術

法檢本率乘數之開方初商表取其較大於本數者以其根爲第一數正。次以本數爲除法。初商實內減本數其減餘數爲乘法乃以乘法乘第一數除法除之又以率分除之爲第二數負。乘法乘第二數除法除之又以率分加一、乘之二因率分除之爲第三數正。乘法乘第三數除法除之二因率分加一、乘之三因率分除之爲第四數負。乘法乘第四數除法除之三因率分加一、乘之四因率分除之爲第五數正。如是遞求至應求位數乃并諸正數又并諸負數、減之得所求。

按前二術予所定與項氏所定暗合。

以本數爲根求倍大各率。

第一術

法任截本數幾位依本率乘數累乘之爲第一數正。次以本數爲除法本數內減截去數爲乘法其所求第幾率名爲率數乃以乘法乘第一數除法除之又以率數乘之爲第二數正。乘法乘第二數除法除之又以率數加一、乘之二除之爲第三數正。乘法乘第三數除法除之率數加二、乘之三除之爲第四數正。乘法乘第四數除法除之率數加三、乘之四除之爲第五數正。如是遞求至單位下乃并諸正數得所求。

第二術

數負。乘法乘第四數。除法除之。率數加三、乘之。四除之。爲第五數正。如是遞求至單位下。乃幷諸正數。又幷諸負數、減之。得所求。

按有本數求倍大折小各率。本通爲一法。非有二義。其第二數倍大用率數乘者。緣率分、率數、與單一、爲三率連比例。率分爲首率。則單一爲中率。率數爲末率。故以率分除之之數。卽同於率數乘之之數。而折小各率。率分整而率數零。故用率分爲便。倍大各率。率數整而率分零。故用率數爲便也。其第三數以率數加減一乘之、二除之者。緣連比例首率與中率之比。同於中率與末率之比。前四術。首率內加減中率乘之。倍首率除之。後四術。中率內加減末率乘之。倍中率除之。其得數必同也。以下各數義倣此。其第二三術。與前第二三術正負各異者。緣乘法雖云率數內減一。實一內減率數。其減餘爲負算。故乘爲負乘。既爲負乘。則乘後之正負必變。故能變逐數皆負者爲正負相間。變正負相間者爲逐數皆正也。其率數減盡而止者。凡算例以適足爲實。任以正數負數乘除之。必仍爲適足。或正負數爲實。以適足數乘除之。亦爲適足。故率數減盡。則以下無數也。

又按前四術可爲開方捷法。後四術所求。止須以本數累乘、卽得。而挨次遞求。似乎較煩。然開方與累乘。但能求倍大折小各整率。若前八術。則凡第一數可知者。雖零率亦可求。用之對數爲尤要也。

又按每數通用之乘法除法。若先以除法除乘法。用爲遞次乘法。則一次乘。可代一乘一除。若先以乘法除除法。用爲遞次除法。則一次除。可代一乘一除。

論對數根

對數根者諸對數之所生即單一下無數空位零一之對數也舊法以一〇爲積開方五十四次以其方根單一下空位後所帶之零數爲一率單一折半五十四次即一兆八千餘億除單一之數爲二率單一下十五空位零一之一爲三率求得四率爲對數根夫以一〇爲積開方五十四次即以一〇爲本數第一率求折小第一兆八千零一十四萬三千九百八十五億零九百八十四萬一千九百八十四率也今有本數即可求折小各率則是第五十四次開方數可以徑求矣既可徑求則求第一兆八千餘萬億率不如求第一無量數率一無量數猶云千或一萬何也蓋一兆八千餘萬億率爲第五十四次開方數之率分其位數甚多用連比例求得率數亦有多位即第五十四次開方數之對數而布算甚繁一無量數數雖極大而仍爲一不過一下有無數空位耳以爲首率用連比例求末率必爲單位下無數空位零一此即求對數根四率之二率數既爲一可省多位乘法一次且一無量數較一兆有零爲尤密也

今定一〇之對數爲單一求對數根

法先以一〇開平方五次或開平方三次三乘方一次或平方一次三乘方二次皆可但取其降位易而已得折小第三十二率一〇七四六〇七八二八三二一三一七四九七爲對數根之用數用數見後第三十二率以前各率爲用數則降位稍難若三十二率以後皆可爲用數不必定用三十二率也置用數減去首位單一以除用數得一四四〇三四一九二一八八六八六五三九爲遞次除去用數爲通用除法用數減首位爲通用乘法此即前所云以乘法除除法爲遞次除法則一次除可代一乘一除也乃以除法除單一以折小率三十二乘之得二二二二

一六九四六九〇二四九六三二六六爲第一數正。除法除第一數。一乘之。二除之。得七七一二三八六四〇一〇六七八三〇爲第二數正。除法除第二數。二乘之。三除之。得三五六九七〇一六四九二五一二二爲第三數正。除法除第三數。三乘之。四除之。得一八五八七七八二四九九八〇五爲第四數正。除法除第四數。四乘之。五除之。得一〇三二四〇九四四二〇八三爲第五數正。如是遞求得五九七三一七三三七四一爲第六數正。三五五四六一六三一三爲第七數正。二一五九四一〇四六爲第八數正。一三三二六五三〇爲第九數正。八三二七一〇爲第十數正。五二五五七爲第十一數正。三三四五爲第十二數正。二一四爲第十三數正。一四爲第十四數正。一爲第十五數正。乃幷諸正數。得二三〇二五八五〇九二九九四〇四五七七爲首率。單一爲中率。求得末率〇四三四二九四四八一九〇三二五一八一一。卽對數根也。

用數	除法	第一數	除法除之一乘二除得
一〇七四六〇七八二八三二一三一七四九七	一四四〇三四一九二一八八六八六五三九	二	同
		三	同
		四	同
		五	同
		六	同
		七	同
		八	同
		九	同
		十	同
		十一	同
		十二	同
		十三	同
		十四	同
		十五	同

并得數	首率	中率	末率
	二三〇二五八五〇九二九九四〇四五七七	一	〇四三四二九四四八一九〇三二五一八一一

按此卽以一〇爲本數第一率依第一術求折小第一無量數率也其第一數本爲單一凡求極多率者初商恆爲單一以對數例以單一下之零數爲比例而截去首位故置第一數不用而竟以第二數爲第一數也其以三十二乘之者緣用數係本數之折小第三十二率當於求得數後以三十二乘之爲所求數而以三十二乘第一數其得數亦同也所異者求法既依第一術則第二數應以一無量數加一乘之二無量數除之而何以用一乘二除不知求極多率者無加一之差也今試以九乘方言之其率分爲十其乘法十一與除法二十之比較一與二之比所差尚大若兩位九乘方謂九十九乘方其率分爲百而一百零一與二百之比較一與二之比所差較微若三位九乘方謂九百九十九乘方其率分爲千而一千零一與二千之比較一與二之比其差更微由是推之多位九乘方則其差必極微而可以不計矣且非特不計已也譬之割圓有大弧弦求析分小弧弦每數乘法有分子畀之減差析之愈小減差愈微若求弧綫則有分母無分子幷此減差而無之蓋稍有減差則綫亦稍有觚稜而非眞弧綫矣求對數根亦然必須開無窮無盡極多位九乘方幷此加差而無之然後求至數百千位而無不合若稍有加差則滯於第幾率而求至多位反不合矣卽如開平方五十四次而所求之對數根不過十五六位若欲增求一位必須再開三四次不能如前法之求幾位卽得幾位者以其滯於一兆八千餘萬億率也然則一乘二除二乘三除正開無窮無盡極多位九乘方之法無以名之姑名爲折小第一無量數率耳

論用數

前言有本數求折小第一無量數率。可以徑求。此立法也。而法有所窮。必須先求三十二率。何也。蓋多率之開方初商表。其數極繁。惟初商單一。則任折小至多率。而初商實亦必仍爲單一。率而求折小多率者。其首位必爲單一。故用第一第二兩術。其第一數必爲單一。而初商實猶可知。若用第三四術。則初商必爲二。而初商實卽極繁而不可求矣。然卽用第一二術。而其中又有窒碍。今試以一〇爲本數。依第一術求之。則以一〇爲除法。初商實一減一〇得九爲乘法。乘除法相差甚微。而位不降。卽不能遞求。依第二術。則一除九乘。位不惟不降。而反升。尤不能遞求。是窒碍也。夫求折小多率者。其本數必須單一下有空位。空位後帶零數。則減餘數小而可求。今本數一〇。既非單一。又無零數。則必假一單一下有空位帶零數之數以求之。此用數之所由來也。而求用數。約有四法。以本數先求折小第幾率爲用數。其第一數以折小率若干乘之。然後遞求。此一法也。以本數首位降爲單位。以自二至九自一一至一九諸數累除之爲用數。求得數後。以除法對數加之。視降幾位。再首位加幾。又一法也。以本數先求倍大第幾率。以首位降爲單位爲用數。求得數後。視降幾位。則首位加幾。然後以倍大率若干除之。又一法也。置本數以自二至九累乘之。以首位降爲單位爲用數。求得數後。視降幾位。首位加幾。然後以乘法之對數減之。又一法也。然第一法取數不易。而有畸零。惟求對數根不得已而用之。第二法亦有畸零。第三法雖無畸零。而不可必得。蓋諸數之倍大率。不能輒得首位爲一而下有空位也。惟第四法。既無畸零。且可必得。故求用數。可以倍大率求者。則用倍大率。其不可用倍大率者。則用借數累乘法爲便也。

用數	乘法	第一數	第二數	第三數	第四數	第五數	第六數	第七數	第八數	第九數	第十數
一	〇	〇	〇	〇	一	四	二	五	〇	六	九
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
二	二	一	一	〇	〇	二	五	一	一	二	八
四	四	〇	〇	〇	〇	一	二	五	一	二	四
		一	二	二	四	二	五	一	二	八	四
		二	二	三	三	〇	〇	〇	〇	〇	〇
		二	五	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
		〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
		三	〇	七	六	九	九	九	九	九	九
		六	一	六	七	四	五	六	六	六	六
		六	〇	二	八	五	八	三	三	三	三
		一	九	二	二	一	六	九	九	九	九
		三	一	二	八	〇	五	八	八	八	八
		二	八	六	一	九	七	六	一	一	一
		八	三	二	二	七	八	七	一	一	一
		五	四	二	四	一	二	八	八	九	九
		一	九	五	四	七	五	六	一	四	四
		二	七	五	九	三	〇	一	三	四	九
		三	七	六	四	五	三	七	〇	七	三
		乘法	同	同	同	同	同	同	同	同	同
		乘之									
		一乘	九	八	七	六	五	四	三	二	
		二除得	十	九	八	七	六	五	四	三	

井正數	井負數	減得	首位加三	十除之	二乘之	以減單一	三乘之
〇	〇	〇	三	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	三	六	六	九
一	〇	一	一	〇	〇	九	〇
〇	〇	〇	〇	一	二	八	三
四	一	二	二	〇	〇	九	〇
二	二	九	九	二	五	七	八
五	五	九	九	九	九	〇	九
〇	一	五	五	九	九	〇	九
六	一	六	六	五	九	〇	八
九	二	六	六	六	一	四	六
四	八	三	三	三	三	三	九
八	四	九	九	九	七	六	九
六	六	八	八	八	二	〇	一
五	七	一	一	一	三	一	九
六	四	一	一	一	八	八	四
〇	八	一	一	一	九	〇	三
〇	一	九	九	九	八	五	五
七	八	四	四	四	七	一	八
六	一	九	九	九	八	五	七
				二之對數	四之對數	五之對數	八之對數

假如求三與六與九之對數.

法依前求得三之用數一〇八.減去單一.得〇〇八爲遞次乘法.乃以乘法乘對數根.得〇〇三四七四三五五八五五二二六〇一四四九爲第一數正.　乘法乘第一數.一乘之.二除之.得一三八九七四二三四二〇九〇四〇五八爲第二數負.　乘法乘第二數.二乘之.三除之.得七四一一九五九一五七八一五五〇爲第三數正.　乘法乘第三數.三乘之.四除之.得四四四七一七五四九四六八九三爲第四數負.　如是遞求得二八四六一九二三一六六〇一爲第五數正.　一八九七四六一五四四四〇爲第六數負.　一三〇一一一六四八七六爲第七數正.　九一〇七八一五四一爲第八數負.　六四七六六六八七爲第九數正.　四六六三二〇一爲第十數負.　三三九一四二爲第十一數正.　二四八七〇爲第十二數負.　一八三七爲第十三數正.　一三六爲第十四數負.　一〇爲第十五數正.　一爲第十六數負.　乃并諸正數.得〇〇三四八一七九六四〇七〇六九七二一五二.又并諸負數.得〇〇一三九四二〇八五八三七四七五一四〇.以負減正.得〇〇三三四二三七五五四八六九四九七〇一二.爲用數之對數.以用數係降二位.乃於首位加二.得二〇三三四二三七五五四八六九四九七〇一二.爲一百零八之對數.以係借四乘.再減四之對數.得一四三一三六三七六四一五八九八七三一一四.爲二十七之對數.以二十七係三之倍大第三率.乃以三除之.得〇四七七一二一二五四七一九六六二四三一七.卽三之對數也.

求六之對數者。以二三相乘卽六。乃以二之對數加三之對數。得〇七七八一五一二五〇三八三六四三六三二〇卽六之對數。

求九之對數者。以九係三之倍大第二率。乃以三之對數二乘之。得〇九五四二四二五〇九四三九三二四八七四二卽九之對數。

用數	乘法
一〇八	〇〇八

第數	
一	〇
二	〇
三	三
四	一
五	七
六	八
七	四
八	四
九	三
十	五
十一	七
十二	五
十三	四
十四	五
十五	八
十六	二
十七	五
十八	三
十九	四
二十	五
二十一	二
二十二	二
二十三	〇
二十四	六
二十五	〇
二十六	九
二十七	八
二十八	〇
二十九	一
三十	〇
三十一	九
三十二	五
三十三	四
三十四	〇
三十五	九
三十六	四

乘法乘之一乘二除得	
一	同
二	同
三	同
四	同
五	同
六	同
七	同
八	同
九	同
十	同
十一	同
十二	同
十三	同
十四	同
十五	同
十六	同
十七	同
十八	同
十九	同
二十	同
二十一	同
二十二	同
二十三	同
二十四	同
二十五	同
二十六	同

并正數	〇〇三四八一七九六四〇七〇六九七二一五二
并負數	〇〇〇一三九四二〇八五八三七四七五一四〇
減得	〇〇三三四二三七五五四八六九四九七〇一二
首位加二	二〇三三四二三七五五四八六九四九七〇一二
內減四之對數	一四三一三六三七六四一五八九八七三一一四
三除之	〇四七七一二一二五四七一九六六二四三七一
內加二之對數	〇七七八一五一二五〇三八三六四三六三二〇
二乘三之對數	〇九五四二四二五〇九四三九三二四八七四二

三之對數

六之對數

九之對數

假如求七之對數。

法依前求得七之用數一〇〇八。減去單一。得〇〇〇八。爲遞次乘法。乃以乘法乘對數根。得〇〇〇三四七四三五五八五五二二六〇一四五爲第一數正。乘法乘第一數一乘之。二除之。得一三八九七四二三四二〇九〇四一爲第二數負。乘法乘第二數二乘之。三除之。得七四一一九五九一五七八二爲第三數正。乘法乘第三數三乘之。四除之。得四四四七一七五四九五爲第四數負。如是遞求得二八四六一九二三爲第五數正。一八九七四六爲第六數負。一三〇一爲第七數正。九爲第

八數負．乃并諸正數．得〇〇〇三四七四四二九九七七六六三九一五一．又并諸負數．得〇〇〇〇〇一三八九七八六八一五七四二九一．以負減正．得〇〇〇三四六〇五三二一〇九五〇六四八六〇．爲用數之對數．以用數係降三位．乃於首位加三．得三〇〇三四六〇五三二一〇九五〇六四八六〇．爲一千零八之對數．以係二與八與九疊乘所得．乃并二八九之三對數．得二一五八三六二四九二〇九五二四九六五三八．減之．得〇八四五〇九八〇四〇〇一四二五六八三二．卽七之對數也．

用數	乘法
一〇〇八	〇〇〇八

第一數	井正數	井負數	減得
〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇
〇三	〇三	〇	〇三
四七	四七	〇一	四六
一四三	四四	三八	〇五
三八五	二九	八九	三二
八九五	九七	七八	一〇
七五五	七六	六八	九五
四一四八	六三	一五	〇六
四一二五	九一	七四	四八
二四九三五	一五	二九	六〇
八七五四二	七一	一	
一四一九二二	六〇		
八六七一〇六	五九		
一九一五五九〇	四七		
三七九四七〇一	二九		
〇四二九八四四	三五		
九一六三五二一五			

乘法乘之一乘二除得

同同同同同同

七六五四三二

八七六五四三

首位加三	三〇〇三四六〇五三二一〇九五〇六四八六〇
并三對數	二一五八三六二四九二〇九五二四九六五三八
減得	〇八四五〇九八〇四〇〇一四二五六八三二二

七之對數

按此用第二術開極多位九乘方法也。舊法求二之對數。亦以一〇二四爲用數。而以單一下十五空位零一之一、爲一率。單一下十五空位零一之對數、即今所用對數根、爲二率。用數開平方四十七次。以其單一下之零數。爲三率。求得四率。然後以平方四十七次折小率一百四十餘萬億乘之。得用數之對數。夫一率之一。本可省乘。今既開極多位九乘方。其折小之率分。爲一無量數。而一無量數之一。亦可省乘。開方既用零數。則第一數亦可置不用。而竟以第二數爲第一數。止須求得開方零數。以對數根乘之。即得用數之對數。而遞求法之例於求得數後乘之。與乘第一數得數、必同。故竟以乘法乘對數根爲第一數也。本應以對數根乘不用之第一數。然後以乘法乘之。而不用之第一數。係單一。故可省乘。其求對數根。用第一術。而此用第二術者。蓋對數根之用數。係多位畸零。凡多位畸零者。除便於乘。故以一次除、代一乘一除。既用除法。則用第一術與第二術同一畸零除法。不如第一術之降位稍易矣。若今所求之用數。均位少而無畸零。不惟乘法止一二位。抑且用第二術。則除法即單一。可以省除。故雖降位稍難。而終以第二術爲便也。

假如有借數求二十三之對數。

法置二十三。以五乘之。得一百十五。又以九乘之。得一千零三十五。降三位。得一〇三五。爲二十三之用數。減去首位單一。得〇〇三五。爲遞次乘法。乃以乘法乘對數根。得〇〇一五二〇〇三〇六八六六六一三八一三四爲第一數正。　乘法乘第一數。一乘之。二除之。得二六六〇〇五三七〇一六五七四一七爲第二數負。　乘法乘第二數。二乘之。三除之。得六二〇六七九一九七〇五三四〇爲第三數正。乘法乘第三數。三乘之。四除之。得一六二九二八二八九二二六五爲第四數負。　如是遞求得四五六一九九二〇九八三爲第五數正。　一三三〇五八一〇二九爲第六數負。　三九九一七四三一爲第七數正。　一二二二四七一爲第八數負。　三八〇三二爲第九數正。　一一九八爲第十數負。　三八爲第十一數正。　一爲第十二數負。　乃并諸正數。得〇〇一五二〇六五一八二二四五七一九九五八。又并諸負數。得〇〇〇〇二六六一六八四三一六三五四三八一。以負減正。得〇〇一四九四〇三四九七九二九三六五五七七。爲用數之對數。以係降三位。乃於首位加三。得三〇一四九四〇三四九七九二九三六五五七七。爲一千零三十五之對數。以係五與九疊乘所得。乃以五與九兩對數相并。得一六五三二一二五一三七七五三四三六七九三。減之。得一三六一七二七八三六〇一七五九二八七八四即二十三之對數也。

便矣。大要求對數之法。難於起始。以後徧求各數。審擇用之可耳。又今所求之對數。係十八位。小餘二位。故須遞求多數。若求十一二位。更不必遞求多數也。

坿對數還原

論借用本數

對數爲眞數之率數。而恆以一〇爲本數第一率。既有本數第一率。又有率數。則依以本數爲根。求倍大各率之法求之可矣。然其中有窒碍。而一〇不可用爲本數。何也。整率之第一數。可截本數依本率乘數累乘而得。若零率之第一數。則累乘中無其數。對數之爲率數。皆零率也。故其第一數不可知。不可知卽不可求矣。但不可知之中。自有可知者在。凡整率之首位單一者。則任倍大若干率。而累乘所得之第一數。必仍爲單一而不變。整率遇單一而不變。則零率遇單一。其第一數必仍爲單一而不變、無疑矣。故凡零率而第一數可用單一者。則可知而亦可遞求也。第一數既必須用單一。則以一〇爲第一率。內減單一。其減餘數大。而不能遞求矣。此借用本數之所由來也。而借用之本數。莫善於一〇〇〇〇〇一。何以言之。蓋用第二術。則其首位之單一。爲通用除法。既可省除。而減去單一。得〇〇〇〇〇一。爲通用乘法。只須降六位。亦可省乘。而降位又易。故以一〇〇〇〇〇一爲便也。惟諸對數。係以一〇爲第一率之率數。今用一〇〇〇〇〇一爲第一率。則率數不合矣。法先求得一〇〇〇〇〇一之對數。用爲除法。凡諸對數。以除法除之。其所得數。卽以一〇〇〇〇〇一爲本數第一率之率數也。

假如以一〇〇〇〇〇一爲借用本數。求其對數爲除法。法以對數根降六位。得〇〇〇〇〇〇四三四二九四四八一九〇三三爲第一數正。以第一數降六位。一乘之。二除之。得二一七一四七二爲第二數負。以第二數降六位。二乘之。三除之。得一爲第三數正。乃以第一第三兩數相并。內減第二數。得〇〇〇〇〇〇四三四二九四二六四七五六二爲借用本數之對數。卽求率數之除法也。

本數	一〇〇〇〇〇一
乘法	〇〇〇〇〇〇一
第一數	〇〇〇〇〇〇四三四二九四四八一九〇三三
二	二一七一四七二
三	一
并得數	〇〇〇〇〇〇四三四二九四四八一九〇三四
減得	〇〇〇〇〇四三四二九四二六四七五六二

乘法乘之一乘二除得
同　二　三

一〇〇〇〇〇一之對數

論借用率數

前言以一〇〇〇〇〇一之對數。除所設對數爲率數。而一〇〇〇〇〇一之對數。單位下有七空位。諸

對數至小者。止一空位。今以借用本數之對數除之。其率數必甚大。率數既大。則每次通用乘法。雖降六位。而每次用率數之乘法。且不止升六位。則位仍不降而不可求矣。故須參用舊法。先求得自二至九。自一一至一九。自一〇一至一〇九。自一〇〇一至一〇〇九。自一〇〇〇一至一〇〇〇九。自一〇〇〇〇一至一〇〇〇〇九。自一〇〇〇〇〇一至一〇〇〇〇〇九。各對數。列爲表。視所設對數有首位者。先去首位。其餘足減何數之對數。遞次減之。減至六六七空位。然後以借用本數之對數除之。爲借用率數。則率數小而可求矣。求得數後。再以遞減對數之眞數累乘之。復視首位所減何數。依數升若干位。卽得所求之眞數也。

求備減表

自二至九各對數。依前所求列之。自一一至一九各對數內。其一二與一四與一五與一六與一八。均可加減而得。惟一一與一三與一七與一九。須仍前求得用數。然後遞求。若一〇一至一〇九。則原數卽可遞求。不必再求用數。至一〇〇一至一〇〇九。則遞求各數。與一〇二至一〇九相同。止須逐數遞降一位。并減之卽得。若一〇〇〇一至一〇〇〇九。則再降一位并減之。以後各數。並同此法。

眞數		假　　數	小餘
二		〇二〇一〇二九九九五六六三九八一一九	四九
三		〇四七七一二一二五四七一九六六二四三	七一
四		〇六〇二〇五九九九一三二七九六二三八	九八
五		〇六九八九七〇〇〇四三三六〇一八八〇	五一
六		〇七七八一五一二五〇三八三六四三六三	二〇
七		〇八四五〇九八〇四〇〇一四二五六八三	二二
八		〇九〇三〇八九九八六九九一九四三五八	四七
九		〇九五四二四二五〇九四三九三二四八七	四二
一一		〇〇四一三九二六八五一五八二二五〇四	一七
一二		〇〇七九一八一二四六〇四七六二四八二	六九
一三		〇一一三九四三三五三三〇六八三六七六	九六
一四		〇一四六一二八〇三五六七八二四八〇二	七一
一五		〇一七六〇九一二五九〇五五六八一二四	二二
一六		〇二〇四一一九九八二六五五九二四七七	九六
一七		〇二三〇四四八九二一三七八二七三九二	七八
一八		〇二五五二七二五〇五一〇三三〇六〇六	九一
一九		〇二七八七五三六〇〇九五二八二八九六	一九

眞數		假數	小餘
一〇〇〇一		〇〇〇〇〇四三四二七二七六八六二六六	九六
一〇〇〇二		〇〇〇〇〇八六八五〇二一一六四八九五	七二
一〇〇〇三		〇〇〇〇一三〇二六八八〇五二二七〇六	〇九
一〇〇〇四		〇〇〇〇一七三六八三〇五八四六四九一	八七
一〇〇〇五		〇〇〇〇二一七〇九二九七二二三〇二〇	八二
一〇〇〇六		〇〇〇〇二六〇四九八五四七三九〇三四	六九
一〇〇〇七		〇〇〇〇三〇三八九九七八四八一二四九	一九
一〇〇〇八		〇〇〇〇三四七二九六六八五三六三五四	〇八
一〇〇〇九		〇〇〇〇三九〇六八九二四九九一〇一三	一〇
一〇〇〇〇一		〇〇〇〇〇〇四三四二九二三一〇四三〇	八四
一〇〇〇〇二		〇〇〇〇〇〇八六八五八〇二七八〇六二	六三
一〇〇〇〇三		〇〇〇〇〇一三〇二八六三九〇二八四八	九三
一〇〇〇〇四		〇〇〇〇〇一七三七一四三一八四九八〇	九二
一〇〇〇〇五		〇〇〇〇〇二一七一四一八一二四五一五	五一
一〇〇〇〇六		〇〇〇〇〇二六〇五六八八七二一五三九	六九
一〇〇〇〇七		〇〇〇〇〇三〇三九九五四九七六一三九	八六
一〇〇〇〇八		〇〇〇〇〇三四七四二一六八八八四〇三	三三
一〇〇〇〇九		〇〇〇〇〇三九〇八四七四四五八四一六	七五

眞數		假數	小餘
一〇〇〇〇〇一		〇〇〇〇〇〇〇四三四二九四二六四七五	六二
一〇〇〇〇〇二		〇〇〇〇〇〇〇八六八五八八〇九五二一	八七
一〇〇〇〇〇三		〇〇〇〇〇〇一三〇二八八一四九一三八	八五
一〇〇〇〇〇四		〇〇〇〇〇〇一七三七一七四四五三二六	六四
一〇〇〇〇〇五		〇〇〇〇〇〇二一七一四六六九八〇八五	三三
一〇〇〇〇〇六		〇〇〇〇〇〇二六〇五七五九〇七四一五	〇一
一〇〇〇〇〇七		〇〇〇〇〇〇三〇四〇〇五〇七三三一五	七七
一〇〇〇〇〇八		〇〇〇〇〇〇三四七四三四一九五六八七	六七
一〇〇〇〇〇九		〇〇〇〇〇〇三九〇八六三二七四八三〇	八三

假如有對數一三六一七二七八三六〇一七五九二八七八四。求借用率數。

法置所設對數。去首位一。得〇三六一七二七八三六〇一七五九二八七八四。檢備減表。足減二之對數。乃以二之對數減之。得〇〇六〇六九七八四〇三五三六一一六八三五。又檢表。足減一一之對數。減得〇〇一九三〇五一五五一九五三八六六四一八。又足減一〇四之對數。減得〇〇〇二二七一八一五八九六六〇六二八七五。又足減一〇〇五之對數。減得〇〇〇〇一〇五七五四一四〇〇九八六一一三。又足減一〇〇〇二之對數。減得〇〇〇〇〇一八九〇三九二八四四九六五四一。又足減一〇〇〇〇四之對數。減得〇〇〇〇〇一五三二四九六五九九八四四九。又足減一〇〇〇〇〇三之對數。減得〇〇〇〇〇二二九六一五一〇八四五六四。前已得七空位。乃以借用本數之對數四三四二九四二六四七五六二除之。得〇五二八七〇八五九〇二一二〇。爲借用率數也。

一三六一七二七八三六〇一七五九二八七八四	首位減一得
〇三六一七二七八三六〇一七五九二八七八四	內減二之對數
〇三〇一〇二九九九五六六三九八一一九四九	減得
〇〇六〇六九七八四〇三五三六一一六八三五	內減一一之對數
〇〇四一三九二六八五一五八二二五〇四一七	減得

假如有對數一三六一七二七八三六〇一七五九二八七八四。求其眞數。

〇〇一九三〇五一五五一九五三八六六四一八	內減一〇四之對數
〇〇一七〇三三三三九二九八七八〇三五四三	減得
〇〇〇二二七一八一五八九六六〇六二八七五	內減一〇〇五之對數
〇〇〇二一六八〇六一七五六五〇七六七六二	減得
〇〇〇〇一〇五七五四一四〇〇九八六一一三	內減一〇〇〇二之對數
〇〇〇〇〇八六八五〇二一一六四八九五七二	減得
〇〇〇〇〇一八九〇三九二八四四九六五四一	內減一〇〇〇〇四之對數
〇〇〇〇〇一七三七一四三一八四九八〇九二	減得
〇〇〇〇〇〇一五三二四九六五九九八四四九	內減一〇〇〇〇〇三之對數
〇〇〇〇〇〇一三〇二八八一四九一三八八五	減得
〇〇〇〇〇〇〇二二九六一五一〇八四五六四	以借用本數之對數
〇〇〇〇〇〇〇四三四二九四二六四七五六二	除之得
〇五二八七〇八五九〇二一二〇	借用率數

法依前求得借用率數○五二八七○八五九○二一二○。乃以借用本數首位單一下。加十九零位。得一○○○○○○○○○○○○○○○○○○○爲第一數正。　次以借用本數減去單一。得○○○○○一爲乘法。以乘法乘第一數。又以率數乘之。得五二八七○八五九○二一二○爲第二數正。乘法乘第二數。又以率數反減一。得○四七一二九一四一（截用九位）乘之。二除之。得一二四五九二九爲第三數負。　乘法乘第三數。又以率數反減二。得一四七（截用三位）乘之。三除之。得一。爲第四數正。　乃幷諸正數。得一○○○○○五二八七○八五九○二一二一。內減第三負數。得一○○○○○五二八七○八四六五五六一九二。乃以前求借用率數時遞減各對數之眞數一○○○○三與一○○○○與與一○○○二與一○○五與一○四與一一與二累乘之。得二二九九九九九九九九九九九九九八五八。棄零進一。得二二三。又以前求率數時會減首位之一。應升一位。得二十三。即所求之眞數也。

本數	一○○○○一
乘法	○○○○○一

第一數	一○○○○○○○○○○○○○○○○○○○	
二	五二八七○八五九○二一二○	降六位率數乘之得
三	一二四五九二九	降六位率數減一乘之二除之得
四	一	降六位率數減二乘之三除之得

位。則一〇〇一卽可借爲本數。而對數遞減至四空位。卽可求借用率數矣。

假數測圓

(求表捷術之一)

戴煦撰

本館據粵雅堂叢
書本排印初編各
叢書僅有此本

假數測圖

新法推步。用八線表則較繁。而用八線對數表則較易。竊嘗思必待求得八線。而後由八線一一求其對數。縱有捷法。亦屬多一轉輾。若能舍八線而徑用弧背。求其八線對數。不更直捷乎。顧雖有此意。而禦之之法。殊不可得也。至去歲獲見壬叔李君。肅接談。未數語。壬叔卽首議此事。頓驚喜莫意見之同。然詢以禦之之法。亦未得其梗概。何則。蓋以眞數求假數。本非逐數可求。故恆借他數爲用數。今旣但知弧背。又烏知此八線之眞數。或可徑求假數乎。抑尙須求用數乎。如須求用數。則卽不可求矣。此徑求八線假數之所以難也。今秋錄外切密率旣竟。忽悟四十五度以內割線。頗可徑求假數。不必借用數。依法衍之。果得徑求割線對數之術。復思割線旣可徑求。當不僅可求一線。因又悟連比例開方法。其用初商實較大者二術。可求負算對數。而因以得弧背求四十五度以外正弦對數之術。夫八線內旣得二線對數。則諸線對數。可加減而得。遂乘數旬暇。衍爲術解。並坿算式。以爲求表之助。至他線對數。亦可徑求。特須借用弧背對數。而求弧背對數。仍籍對數表。殊失徑求之意。故置不取焉。他日質之壬叔。未識定以爲何如也。

咸豐壬子仲冬鄂士戴煦識。

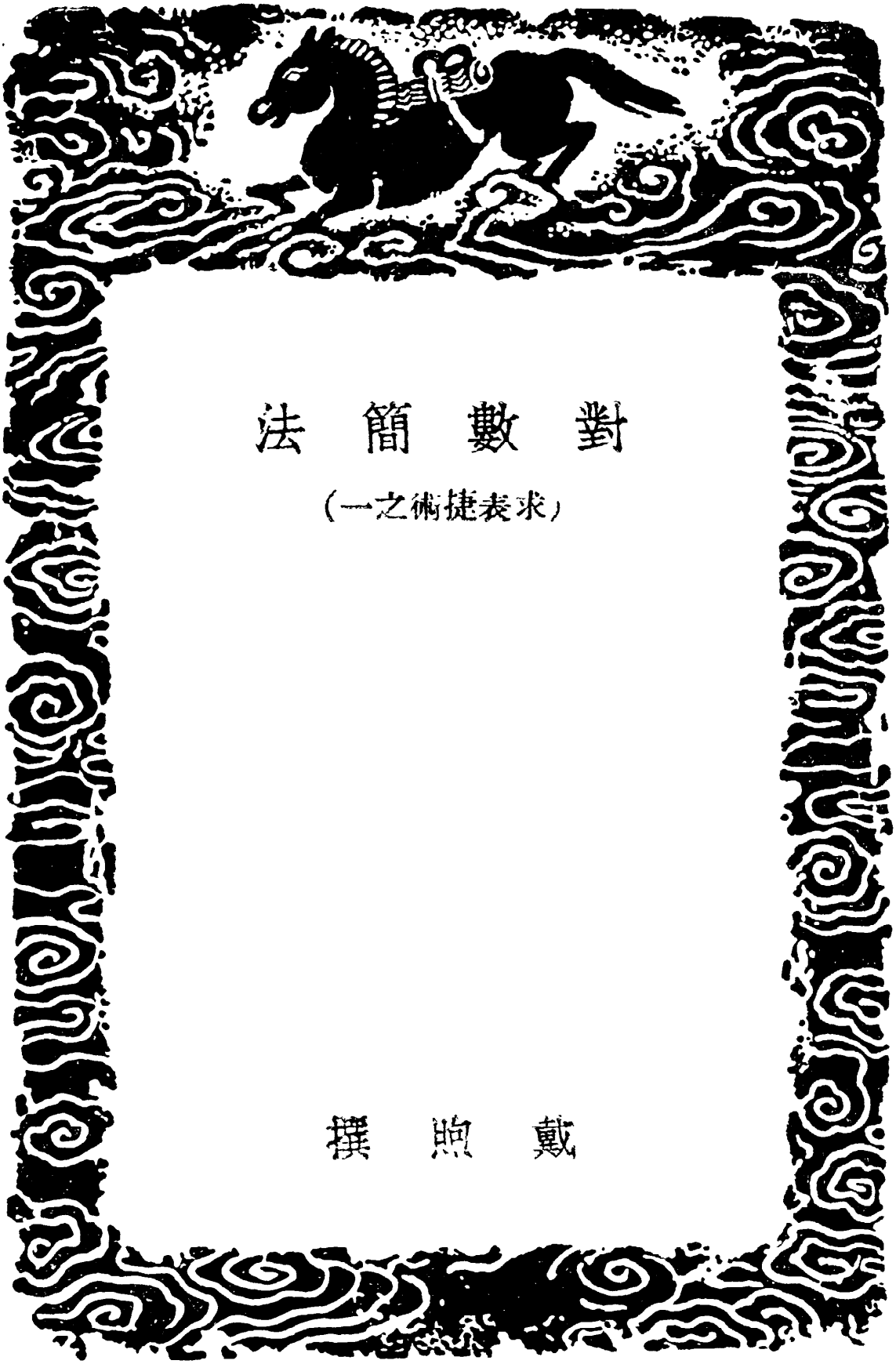
對數簡法
續對數簡法
假數測圓

叢書集成

初編

主編者
王雲五

商務印書館發行



對數簡法

（求表捷術之一）

戴煦撰

本館叢書集成初編所選
粵雅堂叢書小萬卷樓叢
書皆收有此書粵雅在前
故據以排印

求對數。舊法之言綦詳。而數重緒多。初學恆未易了。鄂士先生揭其精要而變通之。著爲對數簡法。首論開方。自淺入深。而約以七術。繼復立累除法。省數十次開方用表。已備極能事。尤妙者捨開方而求假設數。夫對數折半。眞數開方。開至單一下多空位之零數。於是眞數對數。遂得其會通。此開方所由首重也。顧必累開不已。始得會通。何如逕就會通處。假一數以通之。迨展轉相通。而七十二對數之等差。已備具於假設諸數。一比例而定準之數出矣。以是知數之爲用。帶零求整難。設整御零易。憑所知。課所求。順推而入難。借所求。通所知。逆轉而出易。苟悟此。可以得馭數之方。豈惟是對數一門。有裨後學耶。道光乙巳長至後五日梅侶項名達題於印蓮小閣。

對數以加減代乘除。用之甚便。而求之甚難。舊法求諸對數。皆先求自一至九遞至單一下九空位零一至九之九十九數。而求之之法。大略有三。先定十百千萬之對數。而其間之零數。則用中比例累求而得。以首率末率兩眞數相乘。開方得中率之眞數。以首率末率兩假數相加。折半得中率之假數。漸求漸近。以至適合。如舊法求九之假數。用中比例。求至二十六次。而得八位之對數。此一法也。凡假數之首位。因眞數之位數而遞加。以眞數自乘至多位。而其位數。卽假數首位以前之數。然後以自乘弟幾率除之。卽得眞數弟一率之假數。如舊法求二之對數。自乘至一千三百餘億率。除自乘之位數四百餘億位。而得十二位之假數。又一法也。既定十之對數爲一。乃以眞數十。開方五十四次。三十三位。以假數折半五十四次。爲逐數之假數。列爲開方表。乃以弟五十四次眞假兩數比例。得單一下十五空位零一之假數爲率。于是以應求對數之眞數。開方四五十次。求得十五空位。與爲比例。然後以開方弟幾次之率數乘之。而得二十二位之假數。或眞數開方二十餘次。求得九空位。與表內九空位開方數爲比例。亦以率數乘之。而得十三四位假數。如舊法求二與六之對數。又一法也。顧此數法。布算極繁。甚至經旬累月。而不能竟求一數。故言筭者鮮不望之而生畏。夫立法太繁。則較筭不易。深慮寖久而失其眞也。因復詳加探索。始悟求十一二位之對數開方表。祇須二十一次。一十四位。已屬敷用。而既有開方表。則求諸對數。可不必更開方。較之舊法。省算數倍。且不特此也。凡諸對數。皆定于十之對數。而實生于單一下五六空位零一之對數。今欲以十之對數。求單一下五六空位零一之對數。勢不得不屢次開方。若借一筭爲單一下

五六空位零一對數。轉求十之借數。卽可得其比例之率。知累除之法。可代開方。而開方表亦可省求也。爰爲揭出。俾求對數者有取焉。乙巳秋日鄂士識

對數簡法總目

卷之上
開方七術
求開方表
有開方表徑求諸對數
卷之下
求七十二假設對數
求七十二定準對數
有七十二對數求諸對數

對數簡法卷之上

開方第一術

開平方。向用商除。商除者。以意商度。商度一次。僅得一位。故初商次商三商以次遞求。位數多者。頗覺繁重。其所以繁重之故。緣乘除皆係有法有實。而開方但有實而無法。必以意商度。始得其數。茲別立一法。不用商除。但用乘除。而得數仍合。可免以意商度之難。爲較便也。

術曰。自一至九爲初商根。各自乘。以次列之。爲初商實。以所設方積、較初商實。取其稍大于方積者。以其方根爲第一數。次以初商實內減方積。爲減餘數。以第一數除之。二除之。爲第二數。又以減餘數除初商實。所得爲每數除法。乃以除法除第二數。一乘之。四除之。爲第三數。以除法除第三數。三乘之。六除之。爲第四數。以除法除第四數。五乘之。八除之。爲第五數。以除法除第五數。七乘之。十除之。爲第六數。每數以一三五七九諸奇數爲乘法。以二四六八十諸偶數爲除法。依次遞求。至應求位數下。第一數恆爲正。第二數以下均爲負。并諸負數。以減第一正數。得所求方根。

假如有平方積一〇。欲求方根五位。

法檢初商實得一囚。爲較大于設數。卽以其方根四〇〇〇〇〇（凡求方根。須增求位數。則尾位方準。故加六空位。求至七位。又凡單位。加門別之。）爲第一數。次以初商實內減平方積。得減餘數囚〇〇〇〇〇〇。以第一數除之。二除之。得七五

〇〇〇〇爲第二數。又以減餘數除初商實。得㊀六六六六六七爲每數除法。乃以除法除第二數。一乘之。四除之。得七〇三一二爲第三數。以除法除第三數。三乘之。六除之。得一三一八四爲第四數。如是遞求。得第五數三〇九〇。第六數八一一。第七數二二八。第八數六七。第九數二〇。第十數六。第十一數二。于是并第二數以下得八三七七二〇。以減第一數。得㊀一六二二八〇。截用五位。尾位以下滿五進一算。得㊀一六二二三。卽方根也。

第數	并得數	減得數
十一		
十		
九		
八		
七		
六		
五		
四		
三		
二		
一		
四	〇	四〇〇〇〇〇〇〇
七〇	八三七二七〇	三一六二二三八〇
一七五〇		
三三〇〇〇		
二八〇一三〇〇		
二六二一九八一〇〇		
二六〇七八一〇四二〇〇		

開方第二術

前術求五位之方根。已求至十一數。若求多位。必至數十百數。雖免商除之難。而立術仍屬繁重。所以然者。以逐數降位之難也。或一數而降一位。或兩數而始降一位。夫至兩數而始降一位。則求兩數方可代商除一次矣。而降位之難。實由于逐數除法之小。除法之小。又由于減餘數之大。茲復立截位開方之法。則減餘數小。而一數可降數位。視前術爲較便也。

術曰。依前術。先求數位方根。然後以此數位之方根虛加一算。如先求之方根尾位以下未滿五棄之者。應虛加一算。如滿五進一算者不必加。再爲第一數。次以第一數自乘。內減方積。爲減餘數。以第一數除之。二除之。爲第二數。又以第一數自乘。以減餘數除之。爲逐數除法。以下仍如前術入之。

假如有平方積一〇。欲求十六位方根。

法依前術。先求五位方根。得[三]一六二三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。卽以爲第一數。以前求方根尾位滿五進一算。故不復虛加一算。次以第一數自乘。得一[〇]〇〇〇一四一二九〇〇〇〇〇〇〇〇〇。內減方積。得減餘數一四一二九〇〇〇〇〇〇〇〇〇。以第一數除之。二除之。得二二三三九七五二七一一六三爲第二數。又以減餘數除第一數自乘冪。得七〇七七七四[二]七爲除法。第三數止七位。故除法止用八位。又單位以下之數。以除一數則除後必大于原實。減餘數首位在單位下四位。故能除自乘冪首位十成七百萬。以除第二數。止須截用九位。一乘之。四除之。得七八九〇八四八爲第三數。以除法除第三數。第四數止二位。除法止須截三位。其第三數亦止須截用四位爲實。三乘之。六除之。得五六爲第四數。于是并第

二數以下諸負數。得二二三三九八三一六二〇六七。以減第一正數。得𠀤一六二二七七六六〇一六八三七九三三。截去尾位下三三。卽十六位方根也。

第一數	𠀤一六二三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二	二二三三九七五二七一一六三
三	七八九〇八四八
四	五六
并得數	〇〇〇〇〇二二三三九八三一六二〇六七
減得數	𠀤一六二二七七六六〇一六八三七九𠀤𠀤
	𠀤一六二三〇〇〇〇〇〇〇　〇〇〇〇〇〇

開方第三術

前術較之第一術。誠便矣。然前五位方根。仍須求至十一數。且若位數再多。則第二數卽當求至多位。故又有屢次截位開方法。不復用第三數。而惟求第三數之首位。以驗第二數之相合者幾位。下卽變求。而所得之方根。屢次自倍。視前術爲較便也。

術曰。以方積較初商實。取稍大者。以其根爲第一數。依前術。求得第二數。再求第三數之首位。幷入第二數。以減第一數。所得取前二位。尾位下不論滿五未滿。咸進一筭。再爲第一數。自乘。內減方積。得減餘數。依前求第二數。再求第三數之首位。幷入第二數。以減第一數。取前四位。尾位下進一算。再爲第一數。如是遞求至應求位數而止。得所求方根。

假如有平方積一〇。欲求三十二位方根。

法以方積較商實。得一〇爲較大。卽以其方根四〇〇爲第一數。又以方積減商實。得減餘數〇〇。二除之。又第一數除之。得七五。爲第二數。又以減餘數除商實。得除法三六七。以四除第二數。除法除之。得第三數首位七。幷入第二數。得八二。以減第一數。得三一八。去尾位。進一算。得三二。爲第一次求得數。又以三二〇〇〇爲第一數。自乘。得一〇二四〇〇。內減方積。得減餘數二四〇〇。二除之。又第一數除之。得三七五爲第二數。又以減餘數除第一數自乘。得除法四三七。以四除第二數。除法除之。得第三數首位二。幷入第二數。得三七七。以減第一數。得三一六二三。去尾位。進一算。得三一六三爲第二次求得數。

又以三一六三〇〇〇〇〇爲第一數。自乘。得一〇〇〇四五六九〇〇。內減方積。得減餘數四五六九〇〇。二除之。又第一數除之。得七二二二六爲第二數。又以減餘數除第一數自乘。得除法二一九〇。以四除第二數。除法除之。得第三數首位八。幷入第二數。得七二二三四。以減第一數。得三一六二二七

七六六。去尾位。進一算。得[三]一六二二七七七爲第三次求得數。

又以[三]一六二二七七七〇〇〇〇〇〇〇〇爲第一數。自乘。得一[〇]〇〇〇〇〇〇二五一九一七二九〇〇。內減方積。得減餘數二五一九一七二九〇〇。二除之。又以第一數除之。得三九八三一六二〇四。爲第二數。又以減餘數除第一數自乘。得除法三九七〇〇〇〇[〇]。以四除第二數。除法除之。得第三數首位二。并入第二數。得三九八三一六二〇六。以減第一數。得[三]一六二二七七六六〇一六八三七九四。去尾位。進一算。得[三]一六二二七七六六〇一六八三八〇爲第四次求得數。

又以[三]一六二二七七六六〇一六八三八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲第一數。自乘得一[〇]〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇四二二四八〇九九五一八二四四〇〇〇〇。內減方積。得減餘數四二二四八〇九九五一八二四四〇〇〇〇。二除之。又第一數除之。得六六八〇〇一一〇六四五五五五三九〇爲第二數。又以減餘數除第一數自乘。得除法二三六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇[〇]。以四除第二數。除法除之。得七。并入第二數。得六六八〇〇一一〇六四五五五五三九七。以減第一數。得[三]一六二二七七六六〇一六八三七九三三一九九八八九三五四四四四六〇三。截去尾位三。卽三十二位方根也。

第一次

第一數	四〇〇
二	七五
三	七
并得數	〇八二
減得數	一
	三一四
	四〇〇

第二次

第一數	三二〇〇〇
二	三七五
三	二
并得數	〇〇三七七
減得數	一
	三一六二三
	三二〇〇〇

第三次

第一數	三一六三〇〇〇〇〇
二	七二二二六
三	八
并得數	〇〇〇〇七二二三四
減得數	一
	三一六二二七七六四
	三一六三〇〇〇〇〇

第四次

第一數	三一六二二七七七〇〇〇〇〇〇〇〇
二	三九八三一六二〇四
三	二
并得數	〇〇〇〇〇〇〇〇三九八三一六二〇六
減得數	一
	三一六二二七七六六〇一六八三七九四
	三一六二二七七七〇〇〇〇〇〇〇〇

第五次

第一數	三一六二二七七六六〇一六八三八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二	六六八〇〇一一〇六四五五五五五三九〇
三	七
并得數	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇六六八〇〇一一〇六四五五五五五三九七
減得數	三一六二二七七六六〇一六八三七九三三一九九八八九三五四四四四六〇三一
	三一六二二七七六六〇一六八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

右術。求至第五次。即得三十二位方根。誠甚便矣。所難者。第四五次多位乘除耳。但除法用珠算口訣。既定商數。以下逐次遞減。若至尾位下。則除法位數。亦可逐漸省算。若乘法則起尾位。故以珠算而論。則定位難。若用筆算。則乘後并數難。茲變通籌算。立對表乘法。又參用平方廉隅。立截位乘法。二術庶可化難爲易。不嫌繁重。爲較便也。

表乘術曰。以乘法挨次遞加。列爲九行。如原實內九數不全者。不必全列九行。視原實首位何數。卽以第幾行爲第一數。再視次位。更以第幾行降一位爲第二數。每至三四數，則相幷一次。如是遞求至原實末位。乃併諸幷數。卽乘得數。

第四次三一六二二七七七自乘算式

表

第一行	三一六二二七七七
二行	六三二四五五五四
三行	九四八六八三三一
六行	一八九七三六六六二
七行	二二一三五九四三九

併諸併數	卽乘得數
一〇〇〇〇〇〇〇二五一九一七二九	

第二併數	
〇〇〇〇八七八一六四五一七二九	

第一併數	
八七六五	二二一三五九四三九 二二一三五九四三九 二二一三五九四三九 六三二四五五五四

第一數	
四三二一	六三二四五五五四 一八九七三六六六二 三一六二二七七七 九四八六八三三一

原實	
三一六二二七七七	

截乘術曰。法實各截分爲二。以法上截乘實上截。爲第一乘得數。法下截乘實上截。爲第二乘得數。法上截乘實下截。爲第三乘得數。法下截乘實下截。爲第四乘得數。相并。得總乘得數。若自乘。則上截自乘。爲第一乘得數。上下截互乘。倍之。爲第二乘得數。下截自乘。爲第三乘得數。相并。得總乘得數。

第五次三一六二二七七六六〇一六八三八〇自乘算式

上截表

第一行	三一六二二七七八
第二行	六三二四五五五二
第三行	九四八六八三二八
第六行	一八九七三六六五六
第七行	二二一三五九四三二
第八行	二五二九八二二〇八

下截表

第一行	六〇一六八三八〇
第三行	一八〇五〇五一四〇
第六行	三六一〇一〇二八〇
第八行	四八一三四七〇四〇

原實中	六〇一六八三八〇
第一數	一八九七三六六五六
二	〇三一六二二七七六
三	一八九七三六六五六
并數一	一一九〇二四二六二〇四一六〇〇〇〇
四	二五二九八二二〇八
五	九四八六八三二八
六	二五二九八二二〇八
并數二	二六四九九八八六二八八〇
總并	一九〇二六九一二〇三〇二二八八〇
倍之	三八〇五三八二四〇六〇四五七六〇

左右三數相併	乘得數
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇四二二四八〇九九五一八二四四〇〇	

總并	三六二〇二三三九五一八二四四〇〇
并數二	〇〇〇〇五〇四二一一〇二四四〇〇
六	四八一三四七〇四〇
五	一八〇五〇五一四〇
四	四八一三四七〇四〇
并數一	三六一九七二九七四〇八〇
三	三六一〇一〇二八〇
二	〇六〇一六八三八〇
第一數	三六一〇一〇二八〇
原實下	六〇一六八三八〇

總并	九九九九九九九九六一九四六一七六
并數二	〇〇〇〇八七七八四八二六一七六
八	一八九七三六六五六
七	二二一三五九四三二
六	二二一三五九四三二
五	六三二四五五五二
并數一	九九九九一二一七七一二〇〇〇〇
四	六三二四五五五二
三	一八九七三六六五六
二	三一六二二七七六
第一數	九四八六八三二八
原實上	三一六二二七七六

開方第四術

凡方積首位單一者。若用前術。則必以二爲第一數。而減餘數甚大。故遇平方積首位係單一。而第一數卽可用兩位。不必更用初商根。亦較便也。

術曰。以方積第二位。折半加一。幷入首位單一。爲第一數。餘依前術入之。

假如有方積㊀七七八二七九四一〇〇三八九。求十四位方根。

法以方積第二位七。折半加一。得四。再加首位之單一。得㊀四〇〇〇爲第一數。自乘得㊀九六〇〇。以方積截用五位。減之。得一八一八爲減餘數。二除之。又以第一數除之。得六四九爲第二數。又以減餘數除第一數自乘冪。得除法一〇七八。以四除第二數。除法除之。得第三數首二位一五。幷入第二數。得六六四。以減第一數。得㊀三三三六。去尾位六。進一算。爲第一次求得數。

又以㊀三三四〇〇〇〇爲第一數。自乘。得㊀七七九五五六〇。以方積截用八位。減之。得一二七六六爲減餘數。二除之。又第一數除之。得四七八四爲第二數。又以減餘數除第一數自乘冪。得除法一〇四。以四除第二數。除法除之。得第三數首位一。幷入第二數。得四七八五。以減第一數。得㊀三三三五二一五。去尾位五。進一算。爲第二次求得數。

又以㊀三三三五二二〇〇〇〇〇〇〇〇爲第一數。自乘。得㊀七七八二八〇九二四四八四〇〇。以方積減之。得減餘數一五一四四四五一〇。以二除之。又第一數除之。得五六七八三六五六爲第二數。

又以減餘數除第一數自乘冪得除法一一三以四除第二數除法除之得第三數首二位一二并入第二數得五六七八三六六八以減第一數得日三三三五二一四三二一六三三二去尾位二得十四位方根

第一次

第一數	日四〇〇〇
二	六四九
三	一五
并得數	〇〇六六四
減得數	日三三三四一
	日四〇〇〇

第二次

第一數	日三三四〇〇〇〇
二	四七八四
三	一
并得數	〇〇〇〇四七八五
減得數	日三三三五二一一四
	日三三四〇〇〇〇

第三次

第一數	日三三三五二二〇〇〇〇〇〇〇
二	五六七八三六五六
三	一二
并得數	〇〇〇〇〇〇五六七八三六六八
減得數	日三三三五二一四三二一六三三二
	日三三三五二二〇〇〇〇〇〇〇

開方第五術

凡方積首位單一。下有一空位者。則以空位下一位之數。折半加一。而第一數可得三位矣。然單一下有一空位。則空位下一位自乘之隅。尚在第五位。故第一數可得四位。不必更用前法也。

術曰。以空位下二位。折半加一。併入首二位爲第一數。餘依前術入之。

假如有方積㊀〇七四六〇七八二八三二一三。欲求十四位方根。

法以方積第三四位七四。折半加一。得三八。加首二位。得㊀〇三八〇〇〇〇爲第一數。自乘。得㊀〇七七四四四〇。以方積截用八位。減之。得減餘數二八三六二。以二除之。又第一數除之。得一三六六二爲第二數。以減餘除。

第一數。得三七。以除第二數。又四除之。得第三數九。并入第二數。得一三六七一。減第一數。尾位進一。得㊀〇三六六三三〇爲第一次求得數。又以㊀〇三六六三三〇〇〇〇〇〇〇〇爲第一數。自乘。得㊀〇七四六〇七九七六六八九〇〇。以方積減之。得減餘數一四八三六七七。以二除之。又第一數除之。得七一五六二三〇爲第二數。第三數在十五位下。不須求。卽以第二數減第一數。得㊀〇三六六三二九二八四三七七〇。去尾位〇。卽得十四位方根。

第一次

第一數	日〇三八〇〇〇〇
二	一三六七一
三	九
減得數	日〇三六六三三〇
	日〇三八〇〇〇〇

第二次

第一數	日〇三六六三三〇〇〇〇〇〇〇
	七一五六二三〇
減得數	日〇三六六三二九二八四三七七〇
	日〇三六六三三〇〇〇〇〇〇〇

開方第六術

凡方積首位單一下有二空位或數空位依前術求之第一數已可得多位若再參用求較數法則第一數之位數更多較易于前法

術曰以方積自乘以其單一下之零數折半內減方積零數爲第一較四歸之以減方積零數折半之數如方積空位二則截用其四位加一再加首三位爲第一數如方積空位三則截用其六位加一再加首四位爲第一數餘依前術入之

假如有方積日〇〇〇四五〇七三六四二五四五其自乘數爲日〇〇九〇三五〇四四八四一四欲求十四位方根

法以自乘零數折半得四五一七五二二四二〇七內減方積零數得〇〇一〇一五八一六六二爲第

一較。以方積零數折半。得二二五三六八二一一七二。以第一較前二位〇〇一〇。用四歸之。得〇〇〇二五。以減方積折半之零數。截用四位。進一算。得二二五二加首三位。得曰〇〇二二五二〇〇〇〇〇〇〇〇爲第一數。自乘。得曰〇〇四五〇九〇七一五〇四〇〇。內減方積。得減餘數一七〇七二四九五〇。以二除之。又第一數除之。得八五一七〇六七〇爲第二數。又以減餘數除第一數。得五八八。以四除第二數除之。得第三數首二位三六。幷入第二數。得八五一七〇七〇六。以減第一數。得曰〇〇二二五一一四八二九二九四。去尾位四。得十四位方根。

第一數	曰〇〇二二五二〇〇〇〇〇〇〇
二	八五一七〇六七〇
三	三六
幷得數	〇〇〇〇〇〇〇八五一七〇七〇六
減得數	曰〇〇二二五一一四八二九二九四
	曰〇〇二二五二〇〇〇〇〇〇〇〇

第一較	四五一七五二二四二〇七
	四五〇七二六四二五四五
	〇〇一〇一五八一六六二
	二二五三六八二一一七二
	〇〇〇二五
	二二五一一

開方第七術

凡方積有空位。已開方數次。而逐次求其較數。如開方數之第若干較。與前一次之第若干較。幾歸之相同。則以下開方數。只須加減而得。不必更開方。此舊法也。

術曰。以方積零數折半。內減第一次開方零數。爲第一次之第一較。　以第一次開方零數折半。內減第二次開方零數。爲第二次之第一較。以第一次之第一較。用四歸之。內減第二次之第一較。爲第二次之第二較。　以第二次開方零數折半。內減第三次開方零數。爲第三次之第一較。以第二次之第一較。四歸之。內減第三次之第一較。爲第三次之第二較。以第三次之第二較。八歸之。內減第三次之第二較。爲第三次之第三較。　以第三次開方零數折半。內減第四次開方零數。爲第四次之第一較。以第三次之第一較。四歸之。內減第四次之第一較。爲第四次之第二較。以第三次之第二較。八歸之。內減第四次之第二較。爲第四次之第三較。以第三次之第三較。十六歸之。內減第四次之第三較。爲四次之第四較。

如是遞求諸較。至無較而止。設第三次之第三較。十六歸之。與第四次之第三較。相減卻盡。是第四次無第四較。以下不必開方。卽可得其開方數矣。

法以第四次之第三較。十六歸之。爲第五次之第三較。以第四次之第二較。八歸之。內減第五次之第三較。爲第五次之第二較。以第四次之第一較。四歸之。內減第五次之第二較。爲第五次之第一較。以第四次開方零數折半。內減第五次之第一較。爲第五次開方零數。加空位及首位之單一。卽得第五次開方數。

假如有方積一〇一八一五一七二一七一八二。第一次開方。得一〇〇九〇三五〇四四八四一四。第二次。得一〇〇四五〇七三六四二五四五。第三次。得一〇〇二二五一一四八二九二九。第四次。得一〇〇二一二四九四一三九九九。欲求第五次開方數。

法以方積零數折半。得九〇七五八六〇八五九一。內減第一次開方零數。得第一次之第一較四〇八一六〇一七七。

又以第一次開方零數折半。得四五一七五二二四二〇七。內減第二次開方零數。得第二次之第一較一〇一五八一六六二。以第一次之第一較。四歸之。得一〇二〇四〇〇四四。內減第二次之第一較。得第二次之第二較四五八三八二。

又以第二次開方零數折半。得二二五三六八二一二七二。內減第三次開方零數。得第三次之第一較二五三三八三四三。以第二次之第一較。四歸之。得二五三九五四一五。內減第三次之第一較。得第三次之第二較五七〇七二。以第二次之第二較。八歸之。得五七二九七。內減第三次之第二較。得第三次之第三較二二五。

又以第三次開方零數折半。得一一二五五七四二四六四。內減第四次開方零數。得第四次之第一較六三二七四六五。以第三次之第一較。四歸之。得六三三四五八五。內減第四次之第一較。得第四次之第二較七一二〇。以第三次之第二較。八歸之。得七一三四。內減第四次之第二較。得第四次之第三較

一四。以第三次之第三較。十六歸之。仍得一四。知第四次開方數無四較。

于是以第四次之第三較。十六歸之。實不滿法。而滿五進一算。得一。爲第五次之第三較。以第四次之第二較。八歸之。得八九〇。內減第三較。得第五次之第二較八八九。以第四次之第一較。四歸之。得一五八一八六六。內減第二較。得第五次之第一較。一五八〇九七七。以第四次開方零數折半。得五六二四七〇六九九九。內減第一較。得第五次開方零數五六二三一二六〇二二。加三空位及首位之單一。得一〇〇〇五六二三一二六〇二二。卽第五次開方數也。

第一次

	九〇七五八六〇八五九一
	九〇三五〇四四八四一四
第一較	四〇八一六〇一七七

第二次

	四五一七五二二四二〇七
	四五〇七三六四二五四五
第一較	一〇一五八一六六二
	一〇二〇四〇〇四四
第二較	四五八三八二

第三次

	二二五三六八二一二七二
	二二五一一四八二九二九
第一較	二五三三八三四三
	二五三九五四一五
第二較	五七〇七二
	五七二九七
第三較	二二五

第四次

	一一二五五七四二四六四 一一二四九四一三九九九
第一較	六三二七四六五 六三三四五八五
第二較	七一二〇 七一三四
第三較	一四 一四
第四較	〇〇

第五次

第三較	一
第二較	八九〇 八八九
第一較	一五八一八六六 一五八〇九七七
	五六二四七〇六九九九 一〇〇〇五六二三一二六〇二二

求開方表

舊法開方表求至三十三位五十四次其實求十一二位之對數開方表祇須用十四位可省十九位其次數亦祇須二十一次可省開三十三次

假如方積一〇求十四位二十一次之開方表

法以開方第三術開二次以第四術開三次以第五術開三次以第六術開三次以第七術開十次依次列之又以第二十一次爲一率二十次爲二率十九次爲四率遞次加倍至第一次爲一百零四萬八千五百七十六率其方根爲二百零九萬七千一百五十二率亦依次列之

二〇九七一五二率	方　積	一〇
一〇四八五七六率	一次	三一六二二七七六六〇一六八四
五二四二八八率	二次	一七七八二七九四一〇〇三八九
二六二一四四率	三次	一三三三五二一四三二一六三三
一三一〇七二率	四次	一一五四七八一九八四六八九五
六五五三六率	五次	一〇七四六〇七八二八三二一三
三二七六八率	六次	一〇三六六三二九二八四三七七
一六三八四率	七次	一〇一八一五一七二一七一八二
八一九二率	八次	一〇〇九〇三五〇四四八四一四
四〇九六率	九次	一〇〇四五〇七三六四二五四五
二〇四八率	一〇次	一〇〇二二五一一四八二九二九
一〇二四率	一一次	一〇〇一一二四九四一三九九九
五一二率	一二次	一〇〇〇五六二三一二六〇二二
二五六率	一三次	一〇〇〇二八一一一六七八七八
一二八率	一四次	一〇〇〇一四〇五四八五一六九
六四率	一五次	一〇〇〇〇七　二七一七八九四
三二率	一六次	一〇〇〇〇三五一三五六七七五
一六率	一七次	一〇〇〇〇一七五六七四八四四
八率	一八次	一〇〇〇〇〇八七八三七〇三六
四率	一九次	一〇〇〇〇〇四三九一八四二二
二率	二〇次	一〇〇〇〇〇二一九五九一八七
一率	二一次	一〇〇〇〇〇一〇九七九五八七

有開方表徑求諸對數。

舊法既有開方表。而求諸數根之對數。仍須開方。多則四十餘次。少亦二十餘次。茲別立一法。以表內各開方數爲除法。逐次除之。卽可得各對數。較之數十次開方。爲甚便也。

假如有開方表。求二之對數。

法檢開方表。視第二次首二位一七。與二相近而較小。乃以第二次率數五二四二八八〇〇〇〇〇〇爲首數。　次以二爲實。以第二次一七七八二七九四一〇〇三八九除之。得一一二四六八二六五〇三八〇七爲二次實。檢表與第五次相近。乃以第五次率數六五五三六〇〇〇〇〇〇〇爲第二數。

置二次實。以第五次一〇七四六〇七八二八三二一三除之。得一〇四六五九八二二九三六三〇爲三次實。檢表與第六次相近。乃以第六次之率數三二七六八〇〇〇〇〇〇〇爲第三數。　置三次實。以第六次一〇三六六三二九二八四三七七除之。得一〇〇九六一三一四三三三三五爲四次實。檢表與第八次相近。乃以第八次率數八一九二〇〇〇〇〇〇〇〇爲第四數。　置四次實。以第八次一〇〇九〇三五〇四四八四一四除之。得一〇〇〇五七二九二二一一四三爲五次實。檢表與第十二次相近。乃以十二次率數五一二〇〇〇〇〇〇〇〇爲第五數。　置五次實。以第十二次一〇〇〇五六二三一二六〇二二除之。得一〇〇〇〇一〇六〇三五四九六爲六次實。檢表與第十八次相近。乃以十八次率數八〇〇〇〇〇〇〇〇爲第六數。　置六次實。以第十八次一〇〇〇〇八七八三七〇三六

除之。得一〇〇〇〇〇一八一九八三〇〇爲七次實。檢表與第二十一次相近。乃以二十一次率數一〇〇〇〇〇〇〇爲第七數。置七次實。以第二十一次一〇〇〇〇〇一〇九七九五八七除之。得一〇〇〇〇〇〇七二一八七〇五。乃以其零數七二一八七〇五爲實。以二十一次開方零數一〇九七九五八七除之。得六五七四六六〇爲末數。于是併諸數。得六三一三〇五六五七四六六〇爲實。以加倍二十二次率數二〇九七一五二除之。得〇三〇一〇二九九九五六六三有餘。卽二之對數也。

首數	五二四二八八〇〇〇〇〇〇〇
二	六五五三六〇〇〇〇〇〇〇
三	三二七六八〇〇〇〇〇〇〇
四	八一九二〇〇〇〇〇〇〇
五	五一二〇〇〇〇〇〇〇
六	八〇〇〇〇〇〇〇
七	一〇〇〇〇〇〇
末數	六五七四六六〇
并得數	六三一三〇五六五七四六六〇
除得數	〇三〇一〇二九九九五六六三

按凡眞數爲兩眞數相乘而得者。其對數爲兩對數相加而得。眞數爲數眞數累乘而得者。其對數亦爲數對數累加而得。又凡單一下有五六零位之眞數。其對數可以第二十一次之開方數比例而得。今所設眞數二。以第二次第五次第六次第八次第十二次第十八次第二十一次各開方數除之。而得一〇〇〇〇〇七二一八七〇五。以還原而言。是眞數二。係以一〇〇〇〇〇〇七二一八七〇五與第二第五第六第八第十二第十八第二十一各次開方數累乘而得也。其對數。應以第二第五等次開方數之對數。與一〇〇〇〇〇〇七二一八七〇五之對數。累加而得。而一〇〇〇〇〇〇七二一八七〇五之對數。以開方表第二十一次之零數。除其零數。又以二十二次率數除之。而得其對數。其逐次開方數之對數。則置各次率數。亦以二十二次率數除之。而得其對數。故以第二第五第次率數。加第二十一次開方零數。除累除所得零數之數。以二十二次率數除之。而得二之對數也。凡諸數皆依此術求之。如首位非單位者。命爲單位。求得數後。再加或十或百千萬之對數。

對數簡法卷之下

前術以開方表徑求諸對數。法已簡矣。但除法畸零。易致譌舛。故必先求七十二數之對數。七十二數者。自一至九。自一一至一九。自一〇一至一〇九。自一〇〇一至一〇〇九。自一〇〇〇一至一〇〇〇九。自一〇〇〇〇一至一〇〇〇〇九。自一〇〇〇〇〇一至一〇〇〇〇〇九之七十二數也。有七十二對數。則諸對數皆從此而生。然求七十二數之法。若用前術以開方數遞除法。猶藉二十一次之開方表。以資其用。若假設一數。爲一〇〇〇〇〇一之對數。挨次遞求。即可得諸數之假設對數。因而轉求十之假設對數。以與十之定準對數爲比例之率。亦可得七十二數之定準對數。既得七十二對數。則諸對數皆在是矣。如此則不但無須逐數用屢次開方法。即開方表亦可省求。此誠求對數至簡之法也。

假如定十之對數爲一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。求七十二對數。

法假設單一爲一〇〇〇〇〇〇〇一之對數。下加七空位。得一〇〇〇〇〇〇〇〇。爲一〇〇〇〇〇〇一之假設對數。次求一〇〇〇〇〇〇〇二之假設對法。以一〇〇〇〇〇〇〇一之假設對數一〇〇〇〇〇〇〇爲首數。置一〇〇〇〇〇〇〇二。以一〇〇〇〇〇〇〇一除之。得一〇〇〇〇〇〇〇九九九九九九。以其七空位後零數九九九九九九九爲末數。并首末二數。得一九九九九九九九。爲一〇〇〇〇

〇〇二之假設對數。次求一〇〇〇〇〇〇三之假設對數。法以一〇〇〇〇〇〇二之假設對數一九九九九九九爲首數。置一〇〇〇〇〇〇三。以一〇〇〇〇〇〇二除之。除得七空位後之零數九九九九九八爲末數。并二數得二九九九九七。爲一〇〇〇〇〇〇三之假設對數。如是遞求至一〇〇〇〇〇〇九。以及一〇〇〇〇〇〇一。並同此法。

其自一〇〇〇〇〇〇二以下。則用二次除法。如求一〇〇〇〇〇〇二之假設對數。法以一〇〇〇〇〇一之假設對數九九九九九九五五爲首數。置一〇〇〇〇〇二。以一〇〇〇〇〇一除之。得一〇〇〇〇〇〇九九九九九〇。視前八位。係六空位零九。卽以一〇〇〇〇〇九之假設對數八九九九九九六四爲第二數。置除得數。以一〇〇〇〇〇九除之。除得七空位後零數九九九八九一爲末數。并三數。得一九九九九八一〇。爲一〇〇〇〇〇二之假設對數。如是遞求至一〇〇〇〇〇九。以及一〇〇〇〇一。並同此法。

其自一〇〇〇〇〇二以下。則用三次除法。如求一〇〇〇〇〇二之假設對數。法以一〇〇〇〇一之假設對數九九九九五〇五〇爲首數。置一〇〇〇〇二。以一〇〇〇〇一除之。得一〇〇〇〇〇九九九九九〇〇〇〇。爲第一除得數。視前七位。係五空位零九。卽以一〇〇〇〇〇九之假設對數八九九九九九五九九五爲第二數。置第一除得數。以一〇〇〇〇〇九除之。得一〇〇〇〇〇九九九八九一〇〇爲第二除得數。視前八位。係六空位零九。卽以一〇〇〇〇〇九之假設對數八九九九九六四

爲第三數。置第二除得數。以一〇〇〇〇〇九除之。除得七空位後零數九九八九〇九一爲末數。并四數。得一九九九八〇一〇〇。爲一〇〇〇〇二之假設對數。　如是遞求至一〇〇〇〇九。以及一〇〇〇一。並同此法。

其自一〇〇〇二以下。則用四次除法。如求一〇〇〇二之假設對數。法以一〇〇〇一之假設對數九九九五〇〇五三三爲首數。置一〇〇〇二。以一〇〇〇一除之。得一〇〇〇九九九九〇〇〇一〇〇爲第一除得數。視前六位係四空位零九。卽以一〇〇〇〇九之假設對數八九九九五九五四七四爲第二數。置第一除得數。以一〇〇〇〇九除之。得一〇〇〇〇〇九九八九一〇一九八爲第二除得數。視前七位係五空位零九。卽以一〇〇〇〇〇九之假設對數八九九九九五九九五爲第三數。置第二除得數。以一〇〇〇〇〇九除之。得一〇〇〇〇〇〇九八九〇九三〇八爲第三除得數。視前八位係六空位零九。卽以一〇〇〇〇〇〇九之假設對數八九九九九六四爲第四數。置第三除得數。以一〇〇〇〇〇〇九除之。除得七空位後零數八九〇九三〇〇爲末數。并五數。得一九九八〇〇一二六六。爲一〇〇〇二之假設對數。　如是遞求至一〇〇〇九。以及一〇〇一。並同此法。

其自一〇〇二以下。則用五次除法。如求一〇〇二之假設對數。法以一〇〇一之假設對數九九九五〇〇三八三〇二爲首數。置一〇〇二。以一〇〇一除之。得一〇〇〇九九九〇〇〇九九九〇〇爲第一除得數。視前五位係三空位零九。卽以一〇〇〇九之假設對數八九九五九五二八七七八爲第二

數。置第一除得數。以一〇〇〇九除之。得一〇〇〇九八九一一九七八二二爲第二除得數。視前六位。係四空位零九。卽以一〇〇〇〇九之假設對數八九九九五九五四七四爲第三數。置第二除得數。以一〇〇〇〇九除之。得一〇〇〇〇〇八九一一一七六二一爲第三除得數。視前七位。係五空位零八。卽以一〇〇〇〇〇八之假設對數七九九九六八四〇爲第四數。置第三除得數。以一〇〇〇〇〇八除之。得一〇〇〇〇〇九二一一六八九三爲第四除得數。視前八位。係六空位零九。卽以一〇〇〇〇〇九之假設對數八九九九九六四爲第五數。置第四除得數。以一〇〇〇〇〇九除之。除得七空位後零數一一一六八九二爲末數。并六數。得一九九八〇〇二七六二五〇。爲一〇〇二之假設對數。　如是遞求至一〇〇九。以及一〇一。並同此法。

其自一〇二至一〇九。以及一一之假設對數。則用六次除法。其自一二至一九。以及二之假設對數。則用七次除法。均依前術求之。既得二以上諸假設對數。乃以二之假設對數六九三一四七二一五一七九六八。倍之。得一三八六二九四四三〇三五九三六爲四之假設對數。加一八之假設對數五八七七八六六九四二五九九九八。得一九七四〇八一一二四六一九三四。爲七二之假設對數。加再一四之假設對數三三六四七二二五三四二七三六。得二三一〇五五三三七八〇四六七〇。爲十〇〇八之假設對數。內減一〇〇八之假設對數七九六八一七〇〇四七二七。得二三〇二五八五二〇七九九九四三。爲十之假設對數也。

按。以二之假設對數四因之。得十六之假設對數。內減一六之假設對數。亦得十之假設對數。又或以二之假設對數三因之。得八之假設對數。加一三之假設對數。得十〇四之假設對數。內減一〇四之假設對數。亦得十之假設對數。此二假設對數前十二位。與前所得相同。而尾位較小。以爲除法。見後。則得數太贏。故置不用。

假設對數表

眞數	一〇〇〇〇〇〇一	假設對數	〇〇〇〇〇〇〇一〇〇〇〇〇〇〇
	一〇〇〇〇〇〇二		〇〇〇〇〇〇〇一九九九九九九九
	一〇〇〇〇〇〇三		〇〇〇〇〇〇〇二九九九九九九九七
	一〇〇〇〇〇〇四		〇〇〇〇〇〇〇三九九九九九九九四
	一〇〇〇〇〇〇五		〇〇〇〇〇〇〇四九九九九九九九〇
	一〇〇〇〇〇〇六		〇〇〇〇〇〇〇五九九九九九九八五
	一〇〇〇〇〇〇七		〇〇〇〇〇〇〇六九九九九九九七九
	一〇〇〇〇〇〇八		〇〇〇〇〇〇〇七九九九九九九七二
	一〇〇〇〇〇〇九		〇〇〇〇〇〇〇八九九九九九九六四
	一〇〇〇〇〇一		〇〇〇〇〇〇〇九九九九九九九五五
	一〇〇〇〇〇二		〇〇〇〇〇〇一九九九九九九八一〇
	一〇〇〇〇〇三		〇〇〇〇〇〇二九九九九九九五六五
	一〇〇〇〇〇四		〇〇〇〇〇〇三九九九九九九二二〇
	一〇〇〇〇〇五		〇〇〇〇〇〇四九九九九九八七七五
	一〇〇〇〇〇六		〇〇〇〇〇〇五九九九九九八二三〇
	一〇〇〇〇〇七		〇〇〇〇〇〇六九九九九九七五八五
	一〇〇〇〇〇八		〇〇〇〇〇〇七九九九九九六八四〇
	一〇〇〇〇〇九		〇〇〇〇〇〇八九九九九九五九九五

假設對數表

眞數	一〇〇〇〇一	假設對數	〇〇〇〇〇〇九九九九九五〇五〇
	一〇〇〇〇二		〇〇〇〇〇一九九九九八〇一〇〇
	一〇〇〇〇三		〇〇〇〇〇二九九九九五五一五一
	一〇〇〇〇四		〇〇〇〇〇三九九九九二〇二〇二
	一〇〇〇〇五		〇〇〇〇〇四九九九八七五二五四
	一〇〇〇〇六		〇〇〇〇〇五九九九八二〇三〇七
	一〇〇〇〇七		〇〇〇〇〇六九九九七五五三六一
	一〇〇〇〇八		〇〇〇〇〇七九九九六八〇四一七
	一〇〇〇〇九		〇　〇〇〇八九九九五九五四七四
	一〇〇〇一		〇〇〇〇〇九九九九五〇〇五三三
	一〇〇〇二		〇〇〇〇一九九九八〇〇一二六六
	一〇〇〇三		〇〇〇〇二九九九五五〇二三九九
	一〇〇〇四		〇〇〇〇三九九九二〇〇四一三一
	一〇〇〇五		〇〇〇〇四九九八七五〇六六六三
	一〇〇〇六		〇〇〇〇五九九八二〇一〇一九四
	一〇〇〇七		〇〇〇〇六九九七五五一四九二四
	一〇〇〇八		〇〇〇〇七九九六八〇二一〇五二
	一〇〇〇九		〇〇〇〇八九九五九五二八七七八

假設對數表

眞數	一〇〇一	假設對數	〇〇〇〇九九九五〇〇三八三〇三
	一〇〇二		〇〇〇一九九八〇〇二七六二五〇
	一〇〇三		〇〇〇二九九五五〇九一二九四六
	一〇〇四		〇〇〇三九九二〇二一四六八九八
	一〇〇五		〇〇〇四九八七五四一七六〇二二
	一〇〇六		〇〇〇五九八二〇七一九一六四一
	一〇〇七		〇〇〇六九七五六一四〇八四九三
	一〇〇八		〇〇〇七九六八一七〇〇四七二七
	一〇〇九		〇〇〇八九五九七四一八一九一〇
	一〇一		〇〇〇九九五〇三三一三五〇二九
	一〇二		〇〇一九八〇二六二八二八五五三
	一〇三		〇〇二九五五八八〇三七一八三二
	一〇四		〇〇三九二二〇七一五一一二七七
	一〇五		〇〇四八七九〇一六六六〇六〇一
	一〇六		〇〇五八二六八九一一〇三四〇九
	一〇七		〇〇六七六五八六五一八五三〇四
	一〇八		〇〇七六九六一〇四四九八〇一一
	一〇九		〇〇八六一七七七〇〇五四五五〇

假設對數表

眞數	假設對數
一一	〇〇九五三一〇一八四五六四九九
一二	〇一八二三二一五六五九〇〇七二
一三	〇二六二三六四二七七五七二二〇
一四	〇三三六四七二二五三四二七三六
一五	〇四〇五四六五一二八三六〇二〇
一六	〇四七〇〇〇三六五二七二一一二
一七	〇五三〇六二八二七七五六五三七
一八	〇五八七七八六六九四二五九九八
一九	〇六四一八五三九一八二三〇四八

二	〇六九三一四七二一五一七九六八
四	一三八六二九四四三〇三五九三六
七二	一九七四〇八一一二四六一九三四
一〇〇八	二三一〇五五三三七八〇四六七〇
一〇	二三〇二五八五二〇七九九九四三

既得十之假設對數。以爲除法。用除逐數之假設對數。卽得逐數之定準對數也。如以二三〇二五八五二〇七九九九四三爲除法。除四之假設對數一三八六二九四四三〇三五九三六。得〇六〇二〇五九九九一三二八。爲四之定準對數。以除法除二之假設對數〇六九三一四七二一五一七九六八。得〇三〇一〇二九九五六六四。爲二之定準對數。以除法除一九之假設對數〇六四一八五三九一八二三〇四八。得〇二七八七五三六〇〇九五三。爲一九之定準對數。如是遞除至一〇〇〇〇〇一之假設對數。可盡得二以上六十四定準對數。幷四之定準對數。爲定準對數六十有五。其七十二對數內。除一之對數恆爲〇。不須求外。祇須補求三五六七八九共六數之定準對數耳。于是以一二之定準對數。首位加一。得一〇七九一八一二四六〇四八。爲十二之定準對數。內減四之定準對數。得〇四七七一二一二五四七二〇。爲三之定準對數。以三之定準對數。內加二之定準對數。得〇七七八一五一二五〇三八四。爲六之定準對數。以十之定準數對數一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。內減二之定準對數。得〇六九八九七〇〇〇四三三六。爲五之定準對數。以一四之定準對數。首位加一。得一一四六一二八〇三五六七九。爲十四之定準對數。內減二之定準對數。得〇八四五〇九八〇四〇〇一五。爲七之定準對數。以二之定準對數。與四之定準對數相加。得〇九〇三〇八九九八六九九二。爲八之定準對數。以一八之定準對數。首位加一。得一二五五二七二五〇五一〇三。爲十八之定準對數。內減二之定準對數。得〇九五四二四二四二五〇九四三九。爲九之定準對數。而七十二數之對數全矣。

七十二數定準對數表

眞數	一〇〇〇〇〇〇一	對數	〇〇〇〇〇〇〇〇四三四二九
	〇〇〇〇〇〇〇二		〇〇〇〇〇〇〇〇八六八五九
	一〇〇〇〇〇〇三		〇〇〇〇〇〇〇一三〇二八八
	一〇〇〇〇〇〇四		〇〇〇〇〇〇〇一七三七一八
	一〇〇〇〇〇〇五		〇〇〇〇〇〇〇二一七一四七
	一〇〇〇〇〇〇六		〇〇〇〇〇〇〇二六〇五七七
	一〇〇〇〇〇〇七		〇〇〇〇〇〇〇三〇四〇〇六
	一〇〇〇〇〇〇八		〇〇〇〇〇〇〇三四七四三五强
	一〇〇〇〇〇〇九		〇〇〇〇〇〇〇三九〇八六五弱
	一〇〇〇〇〇一		〇〇〇〇〇〇〇四三四二九四
	一〇〇〇〇〇二		〇〇〇〇〇〇〇八六八五八八
	一〇〇〇〇〇三		〇〇〇〇〇〇一三〇二八八一
	一〇〇〇〇〇四		〇〇〇〇〇〇一七三七一七四
	一〇〇〇〇〇五		〇〇〇〇〇〇二一七一四六七
	一〇〇〇〇〇六		〇〇〇〇〇〇二六〇五七五九
	一〇〇〇〇〇七		〇〇〇〇〇〇三〇四〇〇五一
	一〇〇〇〇〇八		〇〇〇〇〇〇三四七四三四二
	一〇〇〇〇〇九		〇〇〇〇〇〇三九〇八六三三

七十二數定準對數表

	一〇〇〇〇一	對　數	〇〇〇〇〇〇四三四二九二三
	一〇〇〇〇二		〇〇〇〇〇〇八六八五八〇三
	一〇〇〇〇三		〇〇〇〇〇一三〇二八六三九
	一〇〇〇〇四		〇〇〇〇〇一七三七一四三二
	一〇〇〇〇五		〇〇〇〇〇二一七一四一八一
	一〇〇〇〇六		〇〇〇〇〇二六〇五六八八七
	一〇〇〇〇七		〇〇〇〇〇三〇三九九五五〇
	一〇〇〇〇八		〇〇〇〇〇三四七四二一六九
	一〇〇〇〇九		〇〇〇〇〇三九〇八四七四五弱
	一〇〇〇一		〇〇〇〇〇四三四二七二七七
	一〇〇〇二		〇〇〇〇〇八六八五〇二一二
	一〇〇〇三		〇〇〇〇一三〇二六八八〇五强
	一〇〇〇四		〇〇〇〇一七三六八三〇五八
	一〇〇〇五		〇〇〇〇二一七〇九二九七二
	一〇〇〇六		〇〇〇〇二六〇四九八五四七
	一〇〇〇七		〇〇〇〇三〇三八九九七八五弱
	一〇〇〇八		〇〇〇〇三四七二九六六八五强
	一〇〇〇九		〇〇〇〇三九〇六八九二五〇

七十二數定準對數表

眞數	一〇〇一	對數	〇〇〇〇四三四〇七七四七九
	一〇〇二		〇〇〇〇八六七七二一五三一
	一〇〇三		〇〇〇一三〇〇九三三〇二〇
	一〇〇四		〇〇〇一七三三七一二八〇九
	一〇〇五		〇〇〇二一六六〇六一七五七
	一〇〇六		〇〇〇二五九七九八〇七二〇
	一〇〇七		〇〇〇三〇二九四七〇五五四
	一〇〇八		〇〇〇三四六〇五三二一〇九
	一〇〇九		〇〇〇三八九一一六六二三七
	一〇一		〇〇〇四三二一三七三七八三
	一〇二		〇〇〇八六〇〇一七一七六二
	一〇三		〇〇一二八三七二二四七〇五强
	一〇四		〇〇一七〇三三三三九二九九
	一〇五		〇〇二一一八九二九九〇七〇
	一〇六		〇〇二五三〇五八六五二六五弱
	一〇七		〇〇二九三八三七七七六八五强
	一〇八		〇〇三三四二三七五五四八七
	一〇九		〇〇三七四二六四九七九四一

七十二數定準對數表

眞數	一一	對數	〇〇四一三九二六八五一五九
	一二		〇〇七九一八一二四六〇四八
	一三		〇一一三九四三三五二三〇七
	一四		〇一四六一二八〇三五六七九
	一五		〇一七六〇九一二五九〇五六
	一六		〇二〇四一一九九八二六五六
	一七		〇二三〇四四八九二一三七八
	一八		〇二五五二七二五〇五一〇三
	一九		〇二七八七五三六〇〇九五三
	一		〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
	二		〇三〇一〇二九九九五六六四
	三		〇四七七一二一二五四七二〇
	四		〇六〇二〇五九九九一三二八
	五		〇六九八九七〇〇〇四三三六
	六		〇七七八一五一二五〇三八四
	七		〇八四五〇九八〇四〇〇一五弱
	八		〇九〇三〇八九九八六九九二
	九		〇九五四二四二五〇九四三九

按凡求對數者惟一之對數爲〇不可動其餘對數皆定于十之對數如今定十之對數爲一故一百之對數爲二一千之對數爲三而二之對數爲〇三〇一〇二九九五六六四三之對數爲〇四七七一二一二五四七二〇若定十之對數爲二則一百之對數爲四而一千之對數必爲六其二之對數必爲〇六〇二〇五九九一三二八三之對數必爲〇九五四二四二五〇九四三九用以加減代乘除亦無不可通而其諸對數與今用對數之比例恆若一與二若以二逐數除之即得今用對數又若定十之對數爲三則一百之對數必爲六一千之對數必爲九而二之對數必爲〇九〇三〇八九九八六九九二三之對數必爲一四三一三六三七六四一六〇其諸對數與今用對數之比例恆若一與三若以三逐數除之亦得今用對數今不知一〇〇〇〇〇〇一之對數而假設爲單一未知其大于定準對數若干倍也及以次遞求至十之假設對數爲二三〇二五八五二〇七九九九四三而十之對數曾定準爲一而可知則知十之假設對數大于十之定準對數二千三百〇二萬五千八百五十二倍有餘即可知諸假設對數皆大于諸定準對數二千三百〇二萬五千八百五十二倍有餘故以二三〇二五八五二小餘〇七九九九四三逐數除之而得逐數今用之定準對數也

又按尾位遇五分強弱者以備截位之用五強則進一算五弱則棄之又如欲增求位數則借一算爲單一下七空位零一或八空位九空位以及多空位零一之假設對數依前挨次求之則所得之位數愈加而愈密矣

有七十二對數。求諸對數。

舊法求諸對數。用九十九對數、七十二對數外。尚有單一下七八九空位零一至九諸數之對數。顧求十一二位之對數。除得六七空位。即可一次乘除而得。故七十二數已敷用。不必九十九數也。

假如有七十二對數。求二十三之對數。

法視二十三之首位。係十。即以十之對數爲第一數。　次置二十三降一位。得二三。視前一位係二。即以二之對數爲第二數。　次置二三。以二除之。得一一五〇〇〇〇〇〇〇〇〇爲第一除得數。視前二位係一一。即以一一之對數爲第三數。　次置第一除得數。以一一除之。得一〇四五四五四五四五四五四五爲第二除得數。視前三位係一〇四。即以一〇四之對數爲第四數。　次置第二除得數。以一〇四除之。得一〇〇五二四四七五五二四四八爲第三除得數。視前四位係一〇〇五。即以一〇〇五之對數爲第五數。　次置第三除得數。以一〇〇五除之。得一〇〇二四三五三七五五七〇爲第四除得數。視前五位係一〇〇二。即以一〇〇二之對數爲第六數。　次置第四除得數。以一〇〇二除之。得一〇〇〇四三五二八八五一二爲第五除得數。視前六位係一〇〇〇四。即以一〇〇〇〇〇〇四之對數爲第七數。　次置第五除得數。以一〇〇〇四除之。得一〇〇〇三五二八七一〇一爲第六除得數。視前七位係一〇〇〇〇三。即以一〇〇〇〇三之對數爲第八數。

次置第六除得數。以一〇〇〇〇〇三除之。得一〇〇〇〇〇五二八七〇八五爲第七除得數。視前

八位係一〇〇〇〇〇〇五。即以一〇〇〇〇〇〇五之對數爲第九數。次置第七除得數。以一〇〇〇〇〇〇五除之。除得七空位後零數二八七〇八五。以十之假設對數除之。截用八位。得一二四六八爲第十數。并十數得一三六一七二七八三六〇一九爲二十三之對數。

第一數	一〇	對數	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二	二	又	〇三〇一〇二九九九五六六四
三	二	又	〇〇四一三九二六八五一五九
四	一〇四	又	〇〇一七〇三三三三九二九九
五	一〇〇五	又	〇〇〇二一六六〇六一七五七
六	一〇〇〇二	又	〇〇〇〇〇八六八五〇二一二
七	一〇〇〇〇四	又	〇〇〇〇〇一七三七一四三二
八	一〇〇〇〇〇三	又	〇〇〇〇〇〇一三〇二八八一
九	一〇〇〇〇〇〇五	又	〇〇〇〇〇〇〇二一七一四七
十			一二四六八
			一三六一七二七八三六〇一九

按今所求尾位三六〇一九截用十一位當得三六〇與表合舊法所求尾位三六〇六截用十一位尾位滿五進一算當得三六一尚稍贏也

假如有七十二對數求五千六百八十九之對數

法視五千六百八十九之首位係千即以十之對數三因之得千之對數爲第一數次置五千六百八十九降三位得五六八九以首位之五除之得一一三七八〇〇〇〇〇〇〇〇又以前二位之一一除之得一〇三四三六三六三六三六又以前三位之一〇三除之得一〇〇四二三六五四〇一五八九又以前四位之一〇〇四除之得一〇〇〇二三五五九七七六七八又以前五位之一〇〇〇二除之得一〇〇〇三五五九〇六四九七又以前六位之一〇〇〇〇三除之得一〇〇〇〇五五九〇四八二〇又以前七位之一〇〇〇〇〇五除之得一〇〇〇〇〇五九〇四七九〇又以前八位之一〇〇〇〇〇五除之除得七空位後零數九〇四七九〇于是以五與一一與一〇三與一〇〇四與一〇〇〇二與一〇〇〇三與一〇〇〇〇五與一〇〇〇〇〇五之各對數爲第二三四五六七八九等數又以十之假設對數除七空位後零數得三九二九四爲第十數并十數得三七五五〇三五九三三七六八爲五千六百八十九之對數

第一數		對數	
二	千〇〇〇	又	三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三	五	又	〇六九八九七〇〇〇四三三六
四	一一	又	〇〇四一三九二六八五一五九
五	一〇三	又	〇〇一二八三七二二四七〇五
六	一〇〇四	又	〇〇〇一七三三七一二八〇九
七	一〇〇〇二	又	〇〇〇〇八六八五〇二一一二
八	一〇〇〇〇三	又	〇〇〇〇〇一三〇二八六三九
九	一〇〇〇〇〇五	又	〇〇〇〇〇二一七一四六七
十	一〇〇〇〇〇〇五	又	〇〇〇〇〇〇二一七一四七
			三九二九四
			三七五五〇三五九三三七六八

按今所求得尾數三三七六八截用十一位尾位進一與表中所列三三八合舊法所求三三七一稍弱也

又法

前術求諸對數。必須求至十數。尚覺煩重。夫十萬對數。挨次遞求。必先得前一數之對數。若以前一數之對數爲第一數。則眞數二位者。可省二數。三位可省三數。四位五位可省四數及五數。位數愈多。求法愈省。今檢對數闡微。凡非兩數相乘而得之數根。共九千五百九十三。除單位之二三五七已在七十二數內不計外。二位者止有二十一數。三位者止有一百四十三數。四位者亦止一千〇六十一數。其五位者乃有八千三百六十四數。內尚有由七十二數加減而得者未除去。故以此法較前法爲甚易也。

假如有三十六之對數一五五六三〇二五〇〇七六八求三十七之對數。

法以三十六之對數爲第一數。置三十七。以三十六除之。得一〇二七七七七七七七七七七七七。又以前三位一〇二除之。得一〇〇七六二五二七二三三一二。又以前四位一〇〇七除之。得一〇〇〇六二〇九二五八五〇二。又以前五位一〇〇〇六除之。得一〇〇〇〇二〇九一三三〇二二。又以前六位一〇〇〇〇二除之。得一〇〇〇〇〇〇九一三二八四〇。又以前八位一〇〇〇〇〇〇〇九除之。除得七空位後零數一三二八三九。于是以一〇二與一〇〇七與一〇〇〇六與一〇〇〇〇二與一〇〇〇〇〇〇九之各對數。爲第二三四五六等數。又以十之假設對數。除七空位後零數。得五七六九爲第七數。并七數。得一五六八二〇一七二四〇六八。爲三十七之對數也。

第一數	三六	對數	一五五六三〇二五〇〇七六八
二	一〇二	又	〇〇〇八六〇〇一七一七六二
三	一〇〇七	又	〇〇〇三〇二九四七〇五五四
四	一〇〇〇六	又	〇〇〇〇二六〇四九八五四七
五	一〇〇〇〇二	又	〇〇〇〇〇〇八六八五八〇三
六	一〇〇〇〇〇〇九	又	〇〇〇〇〇〇〇三九〇八六五
七			五七六九
			一五六八二〇一七二四〇六八

按眞數二位應用八數此因第五次除法得兩空位故省一數

假如有一百三十之對數二一一三九四三三五二三〇七求一百三十一之對數

法以一百三十之對數爲第一數置一百三十一以一百三十除之得一〇〇七六九二三〇七六九二三又以前四位一〇〇七除之得一〇〇〇六八七四九五二二五七又以前五位一〇〇〇六除之得一〇〇〇〇八七四四二七六〇一又以前六位一〇〇〇〇八除之得一〇〇〇〇七四四二一六

四七。又以前七位一〇〇〇〇〇〇七除之。得一〇〇〇〇〇〇四四二一六一六。又以前八位一〇〇〇〇〇〇〇四除之。除得七空位後零數四二一六一六。于是以一〇〇七與一〇〇〇六與一〇〇〇〇八與一〇〇〇〇〇七與一〇〇〇〇〇〇四之各對數。爲第二三四五六等數。又以十之假設對數。除七空位後零數。得一八三一一爲第七數。并七數。得二一一七二七一二九五六五七。爲一百三十一之對數也。

第一數	一三〇	對數	二一一三九四三三五二三〇七
二	一〇〇七	又	〇〇〇三〇二九四七〇五五四
三	一〇〇〇六	又	〇〇〇〇二六〇四九八五四七
四	一〇〇〇〇八	又	〇〇〇〇〇三四七四二一六九
五	一〇〇〇〇〇七	又	〇〇〇〇〇〇三〇四〇〇五一
六	一〇〇〇〇〇〇四	又	〇〇〇〇〇〇〇一七三七一八
七			一八三一一
			二一一七二七一二九五六五七

假如有一千〇四十八之對數三〇二〇三六一二八二六四九。求一千〇四十九之對數。

法以一千〇四十八之對數爲第一數。置一千〇四十九。以一千〇四十八除之。得一〇〇〇九五四一九八四七三三。又以前五位一〇〇〇九除之。得一〇〇〇〇五四一四九七三八五。又以前六位一〇〇〇〇五除之。得一〇〇〇〇四一四九五三一〇。又以前七位一〇〇〇〇四除之。得一〇〇〇〇〇一四九五三〇四。又以前八位一〇〇〇〇一除之。除得七空位後零數四九五三〇四。于是以一〇〇〇九與一〇〇〇〇五與一〇〇〇〇四與一〇〇〇〇一之各對數。爲第二三四五等數。又以十之假設對數。除七空位後零數。得二一五一一爲第六數。并六數。得三〇二〇七七五四八八一九四。爲一千〇四十九之對數也。

第一數	一〇四八	對數	三〇二〇三六一二八二六四九
二	一〇〇九	又	〇〇〇三九〇六八九二五〇
三	一〇〇〇五	又	〇〇〇〇二一七一四一八一
四	一〇〇〇四	又	〇〇〇〇〇一七三七一七四
五	一〇〇〇一	又	〇〇〇〇〇〇四三四二九
六			二一五一一
			三〇二〇七七五四八八一九四

假如有五萬六千八百九十之對數四七五五〇三五九三三七二五。求五萬六千八百九十一之

對數。

法以五萬六千八百九十之對數爲第一數。置五萬六千八百九十一。以五萬六千八百九十除之。得一〇〇〇〇一七五七七七八一七。又以前六位一〇〇〇〇一除之。得一〇〇〇〇七五七七七〇五九。又以前七位一〇〇〇〇〇七除之。得一〇〇〇〇〇五七七七〇一九。又以前八位一〇〇〇〇〇五除之。除得七空位後零數七七七〇一八。于是以一〇〇〇〇一與一〇〇〇〇七與一〇〇〇〇〇五之各對數爲第二三四等數。又以十之假設對數除七空位後零數。得三三七四五。爲第五數。并五數。得四七五五〇四三五六七五九一。爲五五萬六千八百九十一之對數也。

第一數	五六八九〇		
二	一〇〇〇〇一	對數 又	四七五五〇三五九三三七二五
三	一〇〇〇〇七	又	〇〇〇〇〇四二四二九二三
四	一〇〇〇〇〇〇五	又	〇〇〇〇〇〇三〇四〇〇五一
五		又	〇〇〇〇〇〇一一七一四七
			三六七四五
			四七五五〇四三五六七五九一

按。此法求得數數後。尾位畸零累積。恐有不合。仍須用前法以定尾數。方無進退一筭之差。

續對數簡法

(求表捷術之一)

戴煦撰

本館叢書集成初編所選
粵雅堂叢書小萬卷樓叢
書皆收有此書粵雅在前
故據以排印

續對數簡法

數之用。乘除加減而已。乘與除對。加與減對。而乘除之與加減。則兩不相通。對數欲以加減代乘除。故求之殊不易。鄂士戴先生著爲簡法。別立開方製表。得表後以累除代開。後復捨開方而用假設數。求定準數。較舊已簡。顧其開平方用遞乘遞除。竊謂此乃開諸乘方通法。不獨平方。以語鄂士。翼日各以所立術互質。允若合符。說詳自序。鄂士既得此通法。乃續行推衍。分倍大折小率。以示其綱。求對數根以總其要。參之用數借數以濟其窮。于是法愈簡。得數亦愈密。書成。屬序于余。余維加減不通于乘除。而妙能通之者。惟遞加數。數中遞加一、得諸根。遞加根、得平積。遞加平積、得立積。乃至多乘積。加既由根而得積。減亦由積而得根。蓋加卽乘。減卽除矣。且逐層皆屬方廉隅。遞以次層乘之。首層除之。得自上而下逐層。而其數皆倍。遞以首層乘之。次層除之。得自下而上逐層。而其數皆半。是則諸乘方連比例。與夫假數折半眞數開方之蘊。悉錯綜參伍。默而寓之於一圖。開方通法。卽從此數轉變而出者。故能抉乘除加減之根。而操乎其所不得遁。遞加之爲數。誠妙矣哉。此數舊稱廉率。亦曰三角堆。惜未有表章而推闡之者。今鄂士以此闡對數逐次乘除法。遞加根也。二數三數至多數。遞加積也。根定而積從。于此探對數之眞源。卽于此顯遞加之神應。讀是書者果因端竟委而觀其通。會心當自不遠也。道光丁未巧夕前一日。梅侶弟項名達題于印蓮小室

前歲之秋。予以對數簡法呈梅侶項先生。翼日謂予曰。連比例遞求法。可開平方。亦可開諸乘方。會得二術。屬稿未定。予歸而思之。亦得二術。以呈先生。而先生亦以定稿見示。其逐數皆正一術。與予正負相閒者不同。其第一數正。而以下皆負、一術。則若合符節焉。於是開諸乘方。遂有三術。予思既有三術。必更有一術。因補衍之。將呈先生。而先生適以補衍一術見示。又若合符節焉。惟先生以乘數加一爲廉率。而予以連比例率推之。復一一脗合。因以其法。用代累乘求積。亦無不可通。乃知廉率本通於連比例率也。夫對數開平方多次。以開方舊法。至十二乘。已屬繁重。斷難開至億兆乘。故以平方代開耳。今開諸乘方。既通爲一法。可不必代開。由是因繁得簡。復推得開極多位九乘方之法。而對數之簡法出矣。蓋前術用假設對數。乃立天元一術。卽西人之借根方。但天元一可乘而不受除。常寄除法爲母。今須累除數百次。則寄母極繁。不可算。不得不徑用除法。既用除法。則數百次之畸零累積。其差甚大。故難求至多位。不如連比例遞求法之所差極微也。至對數還原。卽代累乘求積之法而變通之。因亦類坿焉。丙午秋八月。鄂士戴煦識於脩汲齋。

續對數簡法總目

以本數爲積求折小各率四術
以本數爲根求倍大各率四術
求對數根
求用數
求借數之對數
有借數求諸對數
求借用本數之對數
求備減表
求借用率數
有對數求眞數

續對數簡法

論率

對數生於連比例率。如設一數爲本數第一率。命爲方根。則其自乘之積。爲倍大第二率。再自乘之積。爲倍大第三率。三自乘之積。爲倍大第四率。故以本數之對數二乘之。卽自乘積之對數。三乘之。卽再乘積之對數。四乘之。卽三乘積之對數。若反言之。則設一數爲本數第一率。命爲方積。而其開平方之根。爲折小第二率。開立方之根。爲折小第三率。三乘方之根。爲折小第四率。故以本數之對數二除之。卽平方根之對數。三除之。卽立方根之對數。四除之。卽三乘方根之對數。推之多乘。其倍大折小之率。莫不皆然。然倍大各率。與連比例率相應。而折小各率不相應者。謂二率平方積自乘。一率方根除之。得三率立方積。三率平方立方二積相乘。一率方根除之。得四率三乘方積。推之各率皆然。折小各率則不然。蓋倍大之率。率數也。故求對數用乘法。折小之率。率分也。故求對數用除法。倍大不僅率數。亦有率分。如以二率之二除一率之一。得〇五。卽倍大第二率之率分。以三率之三除一率之一。得〇三三三三零。卽倍大第三率之率分。折小不僅率分。亦有率數。如〇五。卽折小第二率之率數。〇三三三三零。卽折小第三率之率數。其倍大折小同率之率分率數。恆兩兩反對。其每率之率分率數。恆與第一率之一爲三率連比例。而必以一爲中率。故以率分除之。或以率數乘之。得數必同。且不特此也。率有整。亦有零。整率者。如倍大折小一二三四等率。非率分爲整數。卽率數爲整數。零率者。如有一數。較本數

開平方根則不足。較本數開立方根則有餘。其率分必爲二而下帶畸零小餘。或較本數自乘積則有餘。較本數再乘積則不足。其率數亦必爲二而下帶畸零小餘。而以此種帶畸零之率分或率數爲首率。一爲中率。求其末率。必仍帶畸零。是此種倍大折小之率分率數。皆帶畸零而成零率矣。若今所用之對數。正眞數之率數也。非率分。而其本數第一率爲一〇。故一〇之對數爲一。卽一率之一。而一〇〇爲本數倍大第二率。其對數亦爲二。一〇〇〇爲本數倍大第三率。其對數亦爲三。若一以上。一〇以下。自二至九。則不滿一率。故對數首位爲〇。而下帶畸零。一〇以上。一〇〇以下。自十一至九十九。則不滿二率。故對數首位爲一。而下帶畸零。此卽所謂零率也。知對數之爲連比例率數。而求對數之法。可得而言矣。

倍大率

率數	率一	率分
一〇〇〇	方根	一〇〇〇
	率二	
二〇〇〇	平方積	〇五〇〇
	率三	
三〇〇〇	立方積	〇三三三
	率四	
四〇〇〇	三乘方積	〇二五〇
	率五	
五〇〇〇	四乘方積	〇二〇〇
	率六	
六〇〇〇	五乘方積	〇一六六
	率七	
七〇〇〇	六乘方積	〇一四二
	率八	
八〇〇〇	七乘方積	〇一二五
	率九	
九〇〇〇	八乘方積	〇一一一
	率十	
十〇〇〇	九乘方積	〇一〇〇

折小率

分率	率一	數率
一〇〇〇	方積	一〇〇〇
	率二	
二〇〇〇	平方根	〇五〇〇
	率三	
三〇〇〇	立方根	〇三三三
	率四	
四〇〇〇	三乘方根	〇二五〇
	率五	
五〇〇〇	四乘方根	〇二〇〇
	率六	
六〇〇〇	五乘方根	〇一六六
	率七	
七〇〇〇	六乘方根	〇一四二
	率八	
八〇〇〇	七乘方根	〇一二五
	率九	
九〇〇〇	八乘方根	〇一一一
	率十	
十〇〇〇	九乘方根	〇一〇〇

以本數爲積求折小各率

第一術

法檢本率乘數之開方初商表。取其較小於本數者。以其根爲第一數正。次以本數爲除法。以初商實減本數。其減餘數爲乘法。其所求第幾率。名爲率分。乃以乘法乘第一數。除法除之。又以率分除之。爲第二數正。以乘法乘第二數。除法除之。又以率分加一、乘之。二因率分除之。爲第三數正。乘法乘第三數。除法除之。二因率分加一、乘之。三因率分除之。爲第四數正。乘法乘第四數。除法除之。三因率分加一、乘之。四因率分除之。爲第五數正。如是遞求至應求位數。乃幷諸正數。得所求。

按此術項氏所定。

第二術

法檢本率乘數之開方初商表。取其較小於本數者。以其根爲第一數正。次以初商實爲除法。以初商實減本數。其減餘數爲乘法。乃以乘法乘第一數。除法除之。又以率分除之。爲第二數正。乘法乘第二數。除法除之。又以率分減一、乘之。二因率分除之。爲第三數負。乘法乘第三數。除法除之。二因率分減一、乘之。三因率分除之。爲第四數正。乘法乘第四數。除法除之。三因率分減一、乘之。四因率分除之。爲第五數負。如是遞求至應求位數。乃幷諸正數。又幷諸負數、減之。得所求。

按此術予所定。

第三術

法檢本率乘數之開方初商表。取其較大於本數者。以其根爲第一數正。次以初商實爲除法。初商實內減本數。其減餘數爲乘法。乃以乘法乘第一數。除法除之。又以率分除之。爲第二數負。乘法乘第二數。除法除之。又以率分減一、乘之。二因率分除之。爲第三數負。乘法乘第三數。除法除之。二因率分減一、乘之。三因率分除之。爲第四數負。乘法乘第四數。除法除之。三因率分減一、乘之。四因率分除之。爲第五數負。如是遞求至應求位數。乃幷諸負數。減第一正數。得所求。

按前開平方七術。卽此法。

第四術

法檢本率乘數之開方初商表取其較大於本數者以其根爲第一數正。次以本數爲除法。初商實內減本數其減餘數爲乘法乃以乘法乘第一數除法除之又以率分除之爲第二數負。乘法乘第二數除法除之又以率分加一、乘之二因率分除之爲第三數正。乘法乘第三數除法除之二因率分加一、乘之三因率分除之爲第四數負。乘法乘第四數除法除之三因率分加一、乘之四因率分除之爲第五數正。如是遞求至應求位數乃并諸正數又并諸負數、減之得所求。

按前二術予所定與項氏所定暗合。

以本數爲根求倍大各率。

第一術

法任截本數幾位依本率乘數累乘之爲第一數正。次以本數爲除法本數內減截去數爲乘法其所求第幾率名爲率數乃以乘法乘第一數除法除之又以率數乘之爲第二數正。乘法乘第二數除法除之又以率數加一、乘之二除之爲第三數正。乘法乘第三數除法除之率數加二、乘之三除之爲第四數正。乘法乘第四數除法除之率數加三、乘之四除之爲第五數正。如是遞求至單位下乃并諸正數得所求。

第二術

法任截本數幾位。依本率乘數累乘之。爲第一數正。　次以截去數爲除法。本數內減截去數。其減餘數爲乘法。乃以乘法乘第一數。除法除之。又以率數乘之。爲第二數正。　乘法乘第二數。除法除之。率數減一、乘之。二除之。爲第三數正。　乘法乘第三數。除法除之。率數減二、乘之。三除之。爲第四數。除法除之。率數減三、乘之。四除之。爲第五數正。　如是遞求至率數減盡而止。乃幷諸正數。得所求。

第三術

法任截本數幾位。於末位加一。依本率乘數累乘之。爲第一數正。　次以截去數加一、爲除法。截去數加一、內減本數。其減餘數爲乘法。乃以乘法乘第一數。除法除之。又以率數乘之。爲第二數負。　乘法乘第二數。除法除之。率數減一、乘之。二除之。爲第三數正。　乘法乘第三數。除法除之。率數減二、乘之。三除之。爲第四數負。　乘法乘第四數。除法除之。率數減三、乘之。四除之。爲第五數正。　如是遞求至率數減盡而止。乃幷諸正數。又幷諸負數、減之。得所求。

第四術

法任截本數幾位。依前術加一。依本率乘數累乘之。爲第一數正。　次以本數爲除法。截去數加一、內減本數。其減餘數爲乘法。乃以乘法乘第一數。除法除之。又以率數乘之。爲第二數負。　乘法乘第二數。除法除之。率數加一、乘之。二除之。爲第三數正。　乘法乘第三數。除法除之。率數加二、乘之。三除之。爲第四

數負。乘法乘第四數。除法除之。率數加三、乘之。四除之。爲第五數正。如是遞求至單位下。乃幷諸正數。又幷諸負數、減之。得所求。

按有本數求倍大折小各率。本通爲一法。非有二義。其第二數倍大用率數乘者。緣率分、率數、與單一、爲三率連比例。率分爲首率。則單一爲中率。率數爲末率。故以率分除之之數。卽同於率數乘之之數。而折小各率。率分整而率數零。故用率分爲便。倍大各率。率數整而率分零。故用率數爲便也。其第三數以率數加減一乘之、二除之者。緣連比例首率與中率之比。同於中率與末率之比。前四術。首率內加減中率乘之。倍首率除之。後四術。中率內加減末率乘之。倍中率除之。其得數必同也。以下各數義倣此。其第二三術。與前第二三術正負各異者。緣乘法雖云率數內減一。實一內減率數。其減餘爲負算。故乘爲負乘。既爲負乘。則乘後之正負必變。故能變逐數皆負者爲正負相間。變正負相間者爲逐數皆正也。其率數減盡而止者。凡算例以適足爲實。任以正數負數乘除之。必仍爲適足。或正負數爲實。以適足數乘除之。亦爲適足。故率數減盡。則以下無數也。

又按前四術可爲開方捷法。後四術所求。止須以本數累乘、卽得。而挨次遞求。似乎較煩。然開方與累乘。但能求倍大折小各整率。若前八術。則凡第一數可知者。雖零率亦可求。用之對數爲尤要也。

又按每數通用之乘法除法。若先以除法除乘法。用爲遞次乘法。則一次乘。可代一乘一除。若先以乘法除除法。用爲遞次除法。則一次除。可代一乘一除。

論對數根

對數根者諸對數之所生即單一下無數空位零一之對數也舊法以一〇爲積開方五十四次以其方根單一下空位後所帶之零數爲一率單一折半五十四次即一兆八千餘億除單一之數爲二率單一下十五空位零一之一爲三率求得四率爲對數根夫以一〇爲積開方五十四次即以一〇爲本數第一率求折小第一兆八千零一十四萬三千九百八十五億零九百八十四萬一千九百八十四率也今有本數即可求折小各率則是第五十四次開方數可以徑求矣既可徑求則求第一兆八千餘萬億率不如求第一無量數率一無量數猶云千或一萬何也蓋一兆八千餘萬億率爲第五十四次開方數之率分其位數甚多用連比例求得率數亦有多位即第五十四次開方數之對數而布算甚繁一無量數數雖極大而仍爲一不過一下有無數空位耳以爲首率用連比例求末率必爲單位下無數空位零一此即求對數根四率之二率數既爲一可省多位乘法一次且一無量數較一兆有零爲尤密也

今定一〇之對數爲單一求對數根

法先以一〇開平方五次或開平方三次三乘方一次或平方一次三乘方二次皆可但取其降位易而已得折小第三十二率一〇七四六〇七八二八三二一三一七四九七爲對數根之用數用數見後第三十二率以前各率爲用數則降位稍難若三十二率以後皆可爲用數不必定用三十二率也置用數減去首位單一以除用數得一四四〇三四一九二一八八六八六五三九爲遞次除去用數爲通用除法用數減首位爲通用乘法此即前所云以乘法除除法爲遞次除法則一次除可代一乘一除也乃以除法除單一以折小率三十二乘之得二二二二

一六九四六九〇二四九六三二六六爲第一數正。除法除第一數。一乘之。二除之。得七七一二三八六四〇一〇六七八三〇爲第二數正。除法除第二數。二乘之。三除之。得三五六九七〇一六四九二五一二二爲第三數正。除法除第三數。三乘之。四除之。得一八五八七七八二四九九八〇五爲第四數正。除法除第四數。四乘之。五除之。得一〇三二四〇九四四二〇八三爲第五數正。如是遞求得五九七三一七三三七四一爲第六數正。三五五四六一六三一三爲第七數正。二一五九四一〇四六爲第八數正。一三三二六五三〇爲第九數正。八三二七一〇爲第十數正。五二五五七爲第十一數正。三三四五爲第十二數正。二一四爲第十三數正。一四爲第十四數正。一爲第十五數正。乃幷諸正數。得二三〇二五八五〇九二九九四〇四五七七爲首率。單一爲中率。求得末率〇四三四二九四四八一九〇三二五一八一一。卽對數根也。

用數	除法	第一數	除法除之一乘二除得
一〇七四六〇七八二八三二一三一七四九七	一四四〇三四一九二一八八六八六五三九	二	同
		三	同
		四	同
		五	同
		六	同
		七	同
		八	同
		九	同
		十	同
		十一	同
		十二	同
		十三	同
		十四	同
		十五	同

并得數	首率	中率	末率
	二三〇二五八五〇九二九九四〇四五七七	一	〇四三四二九四四八一九〇三二五一八一一

按此卽以一〇爲本數第一率依第一術求折小第一無量數率也其第一數本爲單一凡求極多率者初商恆爲單一以對數例以單一下之零數爲比例而截去首位故置第一數不用而竟以第二數爲第一數也其以三十二乘之者緣用數係本數之折小第三十二率當於求得數後以三十二乘之爲所求數而以三十二乘第一數其得數亦同也所異者求法既依第一術則第二數應以一無量數加一乘之二無量數除之而何以用一乘二除不知求極多率者無加一之差也今試以九乘方言之其率分爲十其乘法十一與除法二十之比較一與二之比所差尚大若兩位九乘方謂九十九乘方其率分爲百而一百零一與二百之比較一與二之比所差較微若三位九乘方謂九百九十九乘方其率分爲千而一千零一與二千之比較一與二之比其差更微由是推之多位九乘方則其差必極微而可以不計矣且非特不計已也譬之割圓有大弧弦求析分小弧弦每數乘法有分子畀之減差析之愈小減差愈微若求弧綫則有分母無分子幷此減差而無之蓋稍有減差則綫亦稍有觚稜而非眞弧綫矣求對數根亦然必須開無窮無盡極多位九乘方幷此加差而無之然後求至數百千位而無不合若稍有加差則滯於第幾率而求至多位反不合矣卽如開平方五十四次而所求之對數根不過十五六位若欲增求一位必須再開三四次不能如前法之求幾位卽得幾位者以其滯於一兆八千餘萬億率也然則一乘二除二乘三除正開無窮無盡極多位九乘方之法無以名之姑名爲折小第一無量數率耳

論用數

假如以倍大率求二之用數。

法以二自乘九次。得一千零二十四。爲二之倍大第十率。降三位得一〇二四。爲二之用數。

假如以累乘法求七之用數。

法以七用二乘之。得十四。又以八乘之。得一百一十二。又以九乘之。得一千零八。降三位。得一〇〇八。爲七之用數。

假如兼用倍大率及累乘法求三之用數。

法以三自乘再乘。得二十七。爲三之倍大第三率。以四乘之。得一百零八。降二位。得一〇八。爲三之用數。

論借數

借數者。自二至九共八數。借爲累乘之數也。凡諸數擇八數內之數乘之。皆可得首位爲一、而下有空位。故借數不必廣求。卽八數而已足。但由用數求得之之對數。必以乘法之對數減之。則必先求借數之對數。而借數雖有八數。實止三數。何也。二五四八本通爲一數。三六九亦通爲一數。惟七則自爲一數。故有三數之對數。而八數之對數已備。有八數之對數。而諸數之用數。亦無不備矣。

假如有對數根。求二與四與五與八之對數。

法依前求得二之用數一〇二四。減去單一。得〇〇二四爲遞次乘法。乃以乘法乘對數根。得〇〇一〇四二三〇六七五六六七八〇四三。凡乘法在單位下。則乘得數小於原數。爲第一數正。乘法乘第一數。一乘之。二除

之。得一二五〇七六八一〇七八八一三七。爲第二數負。乘法乘第二數。二乘之。三除之。得二〇〇一二二八九七二六一〇。爲第三數正。乘法乘第三數。三乘之。四除之。得三六〇二二一二一五〇七。爲第四數負。如是遞求得六九一六二四七三三。爲第五數正。一三八三二四九五。爲第六數負。二八四五五四。爲第七數正。五九七六。爲第八數負。一二七。爲第九數正。三。爲第十數負。乃并諸正數。得〇〇一〇四二五〇六九四八六五六〇〇六七。又并諸負數。得〇〇〇〇一二五一一二八四六七四八一一八。以負減正。得〇〇一〇二九九九五六六三九八一一九四九。爲用數之對數。以用數係降三位。乃於首位加三。得三〇一〇二九九九五六六三九八一一九四九。爲一千零二十四之對數。以一千零二十四。係二之倍大第十率。乃以十除之。得〇三〇一〇二九九九五六六三九八一一九。小餘四九爲二之對數也。

求四之對數者。以四卽二之倍大第二率。乃以二之對數、二乘之。得〇六〇二〇五九九九一三二七九六二三八九八卽四之對數。

求五之對數者。以二與五相乘卽十。乃以十之對數單一內。減二之對數。得〇六九八九七〇〇〇四三三六〇一八八〇五一卽五之對數。

求八之對數者。以八卽二之倍大第三率。乃以二之對數。三乘之。得〇九〇三〇八九九八六九九一九四三五八四七卽爲八對數。

假如求三與六與九之對數.

法依前求得三之用數一〇八.減去單一.得〇〇八爲遞次乘法.乃以乘法乘對數根.得〇〇三四七四三五五八五五二二六〇一四四九爲第一數正.　乘法乘第一數.一乘之.二除之.得一三八九七四二三四二〇九〇四〇五八爲第二數負.　乘法乘第二數.二乘之.三除之.得七四一一九五九一五七八一五五〇爲第三數正.　乘法乘第三數.三乘之.四除之.得四四四七一七五四九四六八九三爲第四數負.　如是遞求得二八四六一九二三一六六〇一爲第五數正.　一八九七四六一五四四四〇爲第六數負.　一三〇一一一六四八七六爲第七數正.　九一〇七八一五四一爲第八數負.　六四七六六六八七爲第九數正.　四六六三二〇一爲第十數負.　三三九一四二爲第十一數正.　二四八七〇爲第十二數負.　一八三七爲第十三數正.　一三六爲第十四數負.　一〇爲第十五數正.　一爲第十六數負.　乃并諸正數.得〇〇三四八一七九六四〇七〇六九七二一五二.又并諸負數.得〇〇一三九四二〇八五八三七四七五一四〇.以負減正.得〇〇三三四二三七五五四八六九四九七〇一二.爲用數之對數.以用數係降二位.乃於首位加二.得二〇三三四二三七五五四八六九四九七〇一二.爲一百零八之對數.以係借四乘.再減四之對數.得一四三一三六三七六四一五八九八七三一一四.爲二十七之對數.以二十七係三之倍大第三率.乃以三除之.得〇四七七一二一二五四七一九六六二四三一七.卽三之對數也.

求六之對數者。以二三相乘卽六。乃以二之對數加三之對數。得〇七七八一五一二五〇三八三六四三六三二〇卽六之對數。

求九之對數者。以九係三之倍大第二率。乃以三之對數二乘之。得〇九五四二四二五〇九四三九三二四八七四二卽九之對數。

用數	乘法
一〇八	〇〇八

第數	
一	〇
二	〇
三	三
四	一
五	七
六	八
七	四
八	四
九	三
十	五
十一	七
十二	五
十三	四
十四	五
十五	八
十六	二
十七	五
十八	三
十九	四
二十	五
二十一	二
二十二	二
二十三	〇
二十四	六
二十五	〇
二十六	九
二十七	八
二十八	〇
二十九	一
三十	〇
三十一	九
三十二	五
三十三	四
三十四	〇
三十五	九
三十六	四

乘法乘之一乘二除得	
一	同
二	同
三	同
四	同
五	同
六	同
七	同
八	同
九	同
十	同
十一	同
十二	同
十三	同
十四	同
十五	同
十六	同
十七	同
十八	同
十九	同
二十	同
二十一	同
二十二	同
二十三	同
二十四	同
二十五	同
二十六	同

并正數	〇〇三四八一七九六四〇七〇六九七二一五二
并負數	〇〇〇一三九四二〇八五八三七四七五一四〇
減得	〇〇三三四二三七五五四八六九四九七〇一二
首位加二	二〇三三四二三七五五四八六九四九七〇一二
內減四之對數	一四三一三六三七六四一五八九八七三一一四
三除之	〇四七七一二一二五四七一九六六二四三七一
內加二之對數	〇七七八一五一二五〇三八三六四三六三二〇
二乘三之對數	〇九五四二四二五〇九四三九三二四八七四二

三之對數

六之對數

九之對數

假如求七之對數。

法依前求得七之用數一〇〇八。減去單一。得〇〇〇八。爲遞次乘法。乃以乘法乘對數根。得〇〇〇三四七四三五五八五五二二六〇一四五爲第一數正。乘法乘第一數一乘之。二除之。得一三八九七四二三四二〇九〇四一爲第二數負。乘法乘第二數二乘之。三除之。得七四一一九五九一五七八二爲第三數正。乘法乘第三數三乘之。四除之。得四四四七一七五四九五爲第四數負。如是遞求得二八四六一九二三爲第五數正。一八九七四六爲第六數負。一三〇一爲第七數正。九爲第

八數負．乃并諸正數．得〇〇〇三四七四四二九九七七六六三九一五一．又并諸負數．得〇〇〇〇〇一三八九七八六八一五七四二九一．以負減正．得〇〇〇三四六〇五三二一〇九五〇六四八六〇．爲用數之對數．以用數係降三位．乃於首位加三．得三〇〇三四六〇五三二一〇九五〇六四八六〇．爲一千零八之對數．以係二與八與九疊乘所得．乃并二八九之三對數．得二一五八三六二四九二〇九五二四九六五三八．減之．得〇八四五〇九八〇四〇〇一四二五六八三二．卽七之對數也．

用數	乘法
一〇〇八	〇〇〇八

第一數	井正數	井負數	減得
〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇
〇三	〇三	〇	〇三
四七	四七	〇一	四六
一四三	四四	三八	〇五
三八五	二九	八九	三二
八九五	九七	七八	一〇
七五五	七六	六八	九五
四一四八	六三	一五	〇六
四一二五	九一	七四	四八
二四九三五	一五	二九	六〇
八七五四二	七一	一	
一四一九二二	六〇		
八六七一〇六	五九		
一九一五五九〇	四七		
三七九四七〇一	二九		
〇四二九八四四	三五		
九一六三五二一五			

乘法乘之一乘二除得

同同同同同同

七六五四三二

八七六五四三

首位加三	三〇〇三四六〇五三二一〇九五〇六四八六〇
并三對數	二一五八三六二四九二〇九五二四九六五三八
減得	〇八四五〇九八〇四〇〇一四二五六八三二二

七之對數

按此用第二術開極多位九乘方法也。舊法求二之對數。亦以一〇二四爲用數。而以單一下十五空位零一之一、爲一率。單一下十五空位零一之對數、即今所用對數根、爲二率。用數開平方四十七次。以其單一下之零數。爲三率。求得四率。然後以平方四十七次折小率一百四十餘萬億乘之。得用數之對數。夫一率之一。本可省乘。今既開極多位九乘方。其折小之率分。爲一無量數。而一無量數之一。亦可省乘。開方既用零數。則第一數亦可置不用。而竟以第二數爲第一數。止須求得開方零數。以對數根乘之。即得用數之對數。而遞求法之例於求得數後乘之。與乘第一數得數、必同。故竟以乘法乘對數根爲第一數也。本應以對數根乘不用之第一數。然後以乘法乘之。而不用之第一數。係單一。故可省乘。其求對數根。用第一術。而此用第二術者。蓋對數根之用數。係多位畸零。凡多位畸零者。除便於乘。故以一次除、代一乘一除。既用除法。則用第一術與第二術同一畸零除法。不如第一術之降位稍易矣。若今所求之用數。均位少而無畸零。不惟乘法止一二位。抑且用第二術。則除法即單一。可以省除。故雖降位稍難。而終以第二術爲便也。

假如有借數求二十三之對數。

用數	乘法
一〇三五	〇〇三五

第一數	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二
〇											
〇											
一											
五											
二	二										
六	〇										
六	六	〇									
一	二	〇	三								
六	〇	〇	〇								
四	二	六	五	六							
一	五	九	七	三	八						
三	六	二	九	七	六						
三	三	一	八	一	〇	六					
一	九	〇	九	二	九	一	六				
二	九	五	九	八	七	六	一				
三	二	一	八	二	九	〇	五	三			
一	八	二	七	一	〇	二	五	七	八		
一	〇	四	四	〇	九	二	三	四	一		
三	九	三	七	三	二	八	六	四	一	三	
一	八	八	二	一	一	九	三	五	〇	七	四

乘法	乘之一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	十二
同	乘二除得											
同												
同												
同												
同												
同												
同												
同												
同												
同												

并正數	并貢數	減得	二與九對數共	減得
〇	〇	〇	一	一
〇	〇	〇	六	三
一	〇	一	五	六
五	〇	四	三	一
二	二	九	二	七
〇	六	四	一	二
六	六	〇	二	七
五	一	三	五	八
一	六	四	一	三
八	八	九	三	六
二	四	七	七	〇
二	三	七	七	一
四	一	九	五	七
五	六	二	三	五
七	三	九	四	九
一	五	三	三	二
九	四	五	六	八
九	三	五	七	四
八	八	七	九	首位加三

二十三之對數

按求十萬對數前法爲便以眞數無畸零也若求八綫對數則眞數本屬畸零當依求對數根之法爲

便矣。大要求對數之法。難於起始。以後徧求各數。審擇用之可耳。又今所求之對數。係十八位。小餘二位。故須遞求多數。若求十一二位。更不必遞求多數也。

坿對數還原

論借用本數

對數爲眞數之率數。而恆以一〇爲本數第一率。既有本數第一率。又有率數。則依以本數爲根。求倍大各率之法求之可矣。然其中有窒碍。而一〇不可用爲本數。何也。整率之第一數。可截本數依本率乘數累乘而得。若零率之第一數。則累乘中無其數。對數之爲率數。皆零率也。故其第一數不可知。不可知卽不可求矣。但不可知之中。自有可知者在。凡整率之首位單一者。則任倍大若干率。而累乘所得之第一數。必仍爲單一而不變。整率遇單一而不變。則零率遇單一。其第一數必仍爲單一而不變、無疑矣。故凡零率而第一數可用單一者。則可知而亦可遞求也。第一數既必須用單一。則以一〇爲第一率。內減單一。其減餘數大。而不能遞求矣。此借用本數之所由來也。而借用之本數。莫善於一〇〇〇〇〇一。何以言之。蓋用第二術。則其首位之單一。爲通用除法。既可省除。而減去單一。得〇〇〇〇〇一。爲通用乘法。只須降六位。亦可省乘。而降位又易。故以一〇〇〇〇〇一爲便也。惟諸對數。係以一〇爲第一率之率數。今用一〇〇〇〇〇一爲第一率。則率數不合矣。法先求得一〇〇〇〇〇一之對數。用爲除法。凡諸對數。以除法除之。其所得數。卽以一〇〇〇〇〇一爲本數第一率之率數也。

假如以一〇〇〇〇〇一爲借用本數。求其對數爲除法。法以對數根降六位。得〇〇〇〇〇〇四三四二九四四八一九〇三三爲第一數正。以第一數降六位。一乘之。二除之。得二一七一四七二爲第二數負。以第二數降六位。二乘之。三除之。得一爲第三數正。乃以第一第三兩數相并。內減第二數。得〇〇〇〇〇〇四三四二九四二六四七五六二爲借用本數之對數。卽求率數之除法也。

本數	一〇〇〇〇〇一
乘法	〇〇〇〇〇〇一
第一數	〇〇〇〇〇〇四三四二九四四八一九〇三三
二	二一七一四七二
三	一
并得數	〇〇〇〇〇〇四三四二九四四八一九〇三四
減得	〇〇〇〇〇四三四二九四二六四七五六二

乘法乘之一乘二除得
同　二　三

一〇〇〇〇〇一之對數

論借用率數

前言以一〇〇〇〇〇一之對數。除所設對數爲率數。而一〇〇〇〇〇一之對數。單位下有七空位。諸

對數至小者。止一空位。今以借用本數之對數除之。其率數必甚大。率數既大。則每次通用乘法。雖降六位。而每次用率數之乘法。且不止升六位。則位仍不降而不可求矣。故須參用舊法。先求得自二至九。自一一至一九。自一〇一至一〇九。自一〇〇一至一〇〇九。自一〇〇〇一至一〇〇〇九。自一〇〇〇〇一至一〇〇〇〇九。自一〇〇〇〇〇一至一〇〇〇〇〇九。各對數。列爲表。視所設對數有首位者。先去首位。其餘足減何數之對數。遞次減之。減至六六七空位。然後以借用本數之對數除之。爲借用率數。則率數小而可求矣。求得數後。再以遞減對數之眞數累乘之。復視首位所減何數。依數升若干位。卽得所求之眞數也。

求備減表

自二至九各對數。依前所求列之。自一一至一九各對數內。其一二與一四與一五與一六與一八。均可加減而得。惟一一與一三與一七與一九。須仍前求得用數。然後遞求。若一〇一至一〇九。則原數卽可遞求。不必再求用數。至一〇〇一至一〇〇九。則遞求各數。與一〇二至一〇九相同。止須逐數遞降一位。并減之卽得。若一〇〇〇一至一〇〇〇九。則再降一位并減之。以後各數。並同此法。

眞數		假　　數	小餘
二		〇二〇一〇二九九九五六六三九八一一九	四九
三		〇四七七一二一二五四七一九六六二四三	七一
四		〇六〇二〇五九九九一三二七九六二三八	九八
五		〇六九八九七〇〇〇四三三六〇一八八〇	五一
六		〇七七八一五一二五〇三八三六四三六三	二〇
七		〇八四五〇九八〇四〇〇一四二五六八三	二二
八		〇九〇三〇八九九八六九九一九四三五八	四七
九		〇九五四二四二五〇九四三九三二四八七	四二
一一		〇〇四一三九二六八五一五八二二五〇四	一七
一二		〇〇七九一八一二四六〇四七六二四八二	六九
一三		〇一一三九四三三五三三〇六八三六七六	九六
一四		〇一四六一二八〇三五六七八二四八〇二	七一
一五		〇一七六〇九一二五九〇五五六八一二四	二二
一六		〇二〇四一一九九八二六五五九二四七七	九六
一七		〇二三〇四四八九二一三七八二七三九二	七八
一八		〇二五五二七二五〇五一〇三三〇六〇六	九一
一九		〇二七八七五三六〇〇九五二八二八九六	一九

眞數		假數	小餘
一〇一		〇〇〇四三三一三七三七八二六四二五六	六五
一〇二		〇〇〇八六〇三一七一七六一九一七五五	九八
一〇三		〇〇一二八三七二二四七〇五一七二二〇	四六
一〇四		〇〇一七〇三三三三九二九八七八〇三五	四三
一〇五		〇〇二一一八九二九九〇六九九三八〇七	四四
一〇六		〇〇二五三〇五八六五二六六六八四一二	六四
一〇七		〇〇二九三八三七七七六八五一〇九六四	〇二
一〇八		〇〇三三四二三七五五四八六九四九七〇	一一
一〇九		〇〇三七四二六四九七九四〇六二三六三	三八
一〇〇一		〇〇〇〇四三四〇七七四七九三一八六四	〇七
一〇〇二		〇〇〇〇八六七七二一五三一二二六九一	二五
一〇〇三		〇〇〇一三〇〇九三三〇二〇四一八一一	八六
一〇〇四		〇〇〇一七三三七一二八〇九〇〇〇五二	九七
一〇〇五		〇〇〇二一六六〇六一七五六五〇七六七	六二
一〇〇六		〇〇〇二五九七九八〇七一九九〇八六一	二二
一〇〇七		〇〇〇三〇二九四七〇五五三六一八〇〇	七〇
一〇〇八		〇〇〇三四六〇五三二一〇九五〇六四八	六〇
一〇〇九		〇〇〇三八九一一六六二三六九一〇五二	一六

眞數		假數	小餘
一〇〇〇〇〇一		〇〇〇〇〇〇〇四三四二九四二六四七五	六二
一〇〇〇〇〇二		〇〇〇〇〇〇〇八六八五八八〇九五二一	八七
一〇〇〇〇〇三		〇〇〇〇〇〇一三〇二八八一四九一三八	八五
一〇〇〇〇〇四		〇〇〇〇〇〇一七三七一七四四五三二六	六四
一〇〇〇〇〇五		〇〇〇〇〇〇二一七一四六六九八〇八五	三三
一〇〇〇〇〇六		〇〇〇〇〇〇二六〇五七五九〇七四一五	〇一
一〇〇〇〇〇七		〇〇〇〇〇〇三〇四〇〇五〇七三三一五	七七
一〇〇〇〇〇八		〇〇〇〇〇〇三四七四三四一九五六八七	六七
一〇〇〇〇〇九		〇〇〇〇〇〇三九〇八六三二七四八三〇	八三

并正較	一〇〇〇〇〇〇五二八七〇八五九〇二一二一
減得	一〇〇〇〇〇〇五二八七〇八四六五六一九二
	以一〇〇〇〇〇四乘之得
	一〇〇〇〇〇三五二八七一〇〇五一七四四六
	以一〇〇〇〇二乘之得
	一〇〇〇〇四三五二八八五一二〇〇一四六七
	以一〇〇〇五乘之得
	一〇〇〇二四三五三七五五六九七〇三八六七
	以一〇四乘之得
	一〇〇五二四四七五五二四四七五五二四四八
	以一一乘之得
	一〇四五四五四五四五四五四五四四八一
	以二乘之得
	一一四九九九九九九九九九九九二九
	棄零進一升一位
	二二九九九九九九九九九九九八五八
二三	

按此卽用求倍大各率第二術也。其第三數變爲負者。凡整率必大於單一。其減一減二。皆爲正減。至率數減盡而止。而無所爲反減。故逐數皆正。今所用之率數。小於單一。其減一減二。皆爲反減。反減則爲負。以爲乘法。故能變逐數皆正者爲正負相間也。又凡對數遞減得三空位。已可遞求。惟逐數用率數之乘法。多位畸零。不免繁重。故須減至七空位。然亦爲求十八位對數之眞數而設耳。若求十一二

位。則一〇〇一卽可借爲本數。而對數遞減至四空位。卽可求借用率數矣。

西法有對數表。以加減代乘除。用之極便。而造之極難。非難也。未得其簡易之法也。夫對數者。無中生有之數也。無數之中。忽焉有數。則必有起算之端。又必有總持之訣。又必有扼要之大綱。三者不可缺一焉。起算之端。莫先於一。亦莫備於一。古人天元四元。皆假一以立算。一與一爲乘除。一與一爲加減。萬算皆從此起。此假設對數所自昉也。總訣者何。對數較是也。眞數比例同。對數較必等。扼要者何。對數根是也。全表之對數較。皆以此根爲乘除。三者其大關竅也。由是堆垛以經之。招差以緯之。而對數全表。八綫對數。皆從此出矣。余嘗仿四元識別法。撰細草以明之。眞數旁註太字。對數旁註元字。假設對數旁註人字。借以識別單位。不用其算式。其略曰。數始於一。成於十。太一與十之對數較元一。十與百、百與千、千與萬。其對數較同爲元一。就此對數較之元一。衰分析之爲九較。自二至十。逐一析之爲對數較。以太二爲首較。一加一爲二。再析爲九十較。自十一至百。逐一析之爲對數較。以太一一爲首較。降位一加十分之一。更析爲九百較。自百一至千。逐一析之爲對數較。以太一〇一爲首較。降位一加百分之一。推之九千九萬以至無窮。皆以一加一爲首較。一無對數。增之絲髮。即有對數。而爲對數較之首。首較者。一加絲髮之一也。中間空位。則視析較之多寡。乃設首較之假數一人。如法求十之假數以爲所有率。原設十之對數一元爲所求率。今設首較之假數一人爲今有數。比例得首較之對數。如設太二之假數人一。太四之假數人二。太八之假數人三。求得十之假數人三三二一九二八。比例得二之對數。又設太一一之假數人一。求得十之假數二四一五八八五。比例得太一一之對數。又設太一〇一之假數一。求得十之假數二三人一四〇七九。比例得太一〇一之對數。如是遞求至極多較之首較。一加微塵一。亦設假數一。求得十之假數二三〇二五八五。比例得首較之對數。以爲對數根。如法

求逐數之對數較。卽得全表之對數。夫首較者。起算之端也。求十之假數者。求對數較之如積也。求首較之對數者。求扼要之對數根也。備斯三節。而全表指顧可成。斯眞可謂簡易之法矣。此戴君鄂士對數簡法所由作也。余近見李君壬叔對數探原一書。深明對數較之理。而戴君此書。專明假設對數之理。其續編專明對數根之理。二君皆學有心得。互相發明。洵足爲後學津梁。而戴君書尤爲明快。余于乙卯秋。奉諱旋里。始識戴君。讀其書。今年又得讀李君書。以方守古禮言不文之訓。不敢贊一辭。而戴君書。索序。詞甚切摯。且請俟祥禫之後。蓋知禮之君子也。咸豐七年秋杪。余旣服闋。而是書亦適刻成。乃踐前約。而疏其大旨如此。用以發明戴君之雅志。至是書之精當不刊。讀是書者當自知之。不待余之贅說也。是爲跋。

徐有壬撰

假數測圓總目

卷上

求負算對數二術
以本弧弧分求四十五度以內割線對數
有四十五度以內割線對數求四十五度以外割線對數
有割線對數求諸線對數

卷下

以餘弧弧分求四十五度以外正弦對數
有四十五度以外正弦對數求四十五度以內正弦對數
有正弦對數求諸線對數

假數測圓卷之上

求負算對數二術

對數有正有負。自單一以上之對數。均屬正數。自單一以下之對數。均屬負數。而恆以單一爲正負之界。故其對數爲適足無數。假如以二除一。得〇五。故以二之對數。命爲負數。卽〇五之對數。蓋於適足無數內。減二之對數。適負一二之對數也。又如以二除八得四。故以二之對數。減八之對數。得四之對數。若以八除二。得〇二五。故以四之對數。命爲負數。卽〇二五之對數也。又不滿單一之數。用爲乘法。則乘得數必反小於原數。若用爲除法。則除得數必反大於原數。此定理也。故以〇二五除二得八。在對數爲以〇二五之對數。減二之對數。得八之對數。但減法係同名相減。異名相加。今〇二五與二之對數。既正負異名。則當以加爲減。故仍以〇二五之對數。加二之對數。而得八之對數。若以〇二五乘八。則得二。在對數爲以〇二五之對數。加八之對數。而得二之對數。但加法係同名相加。異名相減。今〇二五與八之對數。亦正負異名。又當以減爲加。故仍以〇二五之對數。減八之對數。而得二之對數矣。惟此種不滿單一之眞數。若用續對數簡法求對數根與求借數之對數二術求之。則必借單一下帶零數之數爲用數矣。茲更設二術。卽用不滿單一之數爲用數。而其對數亦無不可求。不特以補數對數簡法之遺。而求八線對數。有賴是術者。故先及之。

假如有不滿單一之眞數〇九八。求其對數。

法以眞數〇九八減單一。得〇〇二。用爲乘法。乃依續對數簡法。求得對數根〇四三四二九四四八二。以乘法乘之。得〇〇〇八六八五八八九六四爲第一數負。置第一數。以乘法乘之。又一乘之。二除之。得八六八五八九〇爲第二數負。置第二數。以乘法乘之。又二乘之。三除之。得一一五八一二爲第三數負。置第三數。以乘法乘之。又三乘之。四除之。得一七三七爲第四數負。置第四數。以乘法乘之。又四乘之。五除之。得二八爲第五數負。乃幷諸負數。得負〇〇〇八七七三九二四三一。爲〇九八之對數。若以一百乘之。得九十八。故以一百之對數二內減求得數。正負異名。以減爲加。得一九九一二二六〇七五六九。爲九十八之對數也。

用乘法數	〇九八一 〇〇二一		
第一數	〇〇〇八六八五八八九六四 八六八五八九〇 一一五八一二 七三七 二八		
幷得數	〇〇〇八七七三九二四三一	〇九八對數	
以減	二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇		
減餘數	一九九一二二六〇七五六九	九十八對數	

此術用續對數簡法。以本數求折小各率第三術。開極多位九乘方也。蓋大於單一各數。則用第三術。其初商必爲二。而初商已極大而不可算。若小於單一各數。則如求對數根以及求借數之對數二術。其初商必小於單一。如求〇九八之對數。其初商必爲〇九。而初商實又極小而不可算。故用第三術。則初商可用單一。而初商實必仍爲單一而無所窒礙矣。又第三術之第一數爲正。而第二數以下。均爲負。求對數之開方。例不用第一數。故所得各數。均爲負算。惟每數當以初商實爲除法。而初商實既爲單一。則可省除。又本法應於求得數後。以對數根乘之。而以之先乘第一數。其得數亦相同也。

又術

法以眞數〇九八減單一。得〇〇二。用爲乘法。以〇九八爲除法。乃以乘法乘對數根。除法除之。得〇〇〇八八六三一五二六九。爲第一數負。　置第一數。以乘法乘之。除法除之。一乘之。二除之。得九〇四四〇三三。爲第二數正。　置第二數。以乘法乘之。除法除之。二乘之。三除之。得一二三〇四八。爲第三數負。　置第三數。以乘法乘之。除法除之。三乘之。四除之。得一八八三。爲第五數正。　置第四數。以乘法乘之。除法除之。四乘之。五除之。得三一。爲第五數負。　置第五數。以除法乘之。除法除之。五乘之。六除之。滿五進一。得一爲第六數正。　乃并諸負數。得〇〇〇八八六四三八三四八。以并諸正數〇〇〇〇〇九〇四五九一七減之。得負〇〇〇八七七三九二四三一。爲〇九八之對數也。

用數	〇九八
乘法	〇〇二
除法	〇九八

第一數	〇〇〇八八六三一五二六九
二	九〇四四〇三三
三	一二三〇四八
四	一八八三
五	三一
六	一
并負數	〇〇〇八八六四三八三四八
并正數	〇〇〇〇〇九〇四五九一七
減餘數	〇〇〇八七七三九二四三一

此術用以本數求折小各率第四術開極多位九乘方也術之乘法與前術同而除法則前術用初商實爲單一自可省算此術用本數故較前術多一次除其正負相間本起正數而求對數者不用第一數故其正負相間起負數既起負數必負數盈而正數歉故負正二數相減而所餘者在負數也此二

術亦可求單一以上之對數。如遇眞數九十八之類。則降二位。如前二術求之。求得數後。與二相減。卽九十八之對數。又或他數。用借數乘之。使首位爲九。降位。亦可爲用數。假如求二十三之用數。置二十三。以四乘之。得九十二。降二位。得〇九二。爲二十三之用數。依前二術求得數後。與二相減。再減四之對數。卽得二十三之對數也。總而論之。開諸乘方。有四術。求對數。則求正算對數二術。求對數根一術。求借數之對數一術。求負算對數二術。亦有四術。而求對數之法。於是乎始全矣。凡弧背求正割對數。則生於求正算之術。而求正弦對數。則生於求負算之術。故不可不備也。

以本弧弧分徑求四十五度以內正割對數

術曰。先求各率分子。爲遞次乘法。　以二爲數根。卽爲第一乘法。　置前數根。加二。得四。爲數根。置前乘法。四五遞乘之。一二遞除之。得二十。爲初減數。以數根減初減。得十六。爲第二乘法。　置前數根。加二。得六。爲數根。置前初減。六七遞乘之。三四遞除之。得七十。爲初減數。置前乘法。六七遞乘之。一二遞除之。得三百三十六。爲次減數。以數根減初減。得六十四。再減次減。得二百七十二。爲第三乘法。　置前數根加二。得八。爲數根。置前初減。八九遞乘之。五六遞除之。得一百六十八。爲初減數、置前初減。八九遞乘之。三四遞除之。得二千〇十六。爲次減數。置前乘法。八九遞乘之。一二遞除之。得九千七百九十二。爲三減數。以數根減初減。得一百六十。再減次減。得一千八百五十六。再減三減。得七千九百三十六。爲第四乘法。

凡數根。均起各耦數。其求各減數。則用耦奇二數乘。而逐次乘法遞加。如第二乘法用四五乘。第三乘法用六七乘。再用奇

耦二數除。而挨次減數遞降。如第三乘法。初減用三四除。次減用一二除。乘法降一位則多一減。如是遞求得各率分子。即爲遞次乘法。

乃以二爲全徑。單一爲半徑。求其逐度弧分爲弧線表。以所設若干度檢弧線表。得弧分爲二率。以半徑單一爲一率。二率自乘。得三率。本當以一率除之。得三率。而一率係單一。可省除。下倣此。以乘對數根二除之。爲第一數正。置第一數。以三率乘之。得五率。三四遞除之。爲七率用數。第一乘法乘之。爲第二數正。置七率用數。以三率乘之。得七率。五六遞除之。爲九率用數。第二乘法乘之。爲第三數正。置九率用數。以三率乘之。得九率。七八遞除之。爲十一率用數。第三乘法乘之。爲第四數正。置十一率用數。以三率乘之。得十一率。九十遞除之。爲十三率用數。第四乘法乘之。爲第五數正。如是遞求至應求位數下。乃并諸正數。視所設半徑。較單一應升若干位。如半徑一百億。係十一位。較單一應升十位。則於首位加一〇。即得所設度正割對數。

解曰。求對數。用以本數求折小各率第一第二術。其用數。必爲單一下帶零數。則降位易而可求。如續對數簡法。求對數根以及求借數之對數是也。而四十五度以內各正割線。與其用數相似。何也。用數爲單一下帶零數。而割線爲半徑外帶割線半徑差。若命半徑爲單一。則亦爲單一下帶零數。四十五度以外。則割綫半徑差漸大。不類帶零數矣。故有割線求其對數者。不必更求用數。但降半徑爲單一。即可爲用數。其求法用第二術。當以降位割線半徑差爲乘法。半徑單一爲除法。復挨次以一二三四等數乘除之。求得各數。又

一正一負加減之。然後以對數根乘之。卽得半徑單一之割線對數。今雖未知割線半徑差眞數。而弧背求割線半徑差各率分數。則推演而可知。見外切密率。則卽命割線半徑差各率分數爲乘法。以半徑一率爲除法。如求折小各率第二術演之。而本弧求正割對數之各率分數。卽在是矣。蓋本弧求割線半徑差率分。起三率。若自乘。爲一率乘五率。以半徑除之。必起五率率數。逐次遞降。則推演率分。亦無所窒礙也。今依外切密率。演得本弧求割線半徑差率分。三率、一二分之一。又五率、一二三四分之五。又七率、自一至六分之六十一。又九率、自一至八分之一千三百八十五。又十一率、自一至十分之五萬〇五百二十一。爲本弧求正割線對數之乘法也。

如圖。置本弧求割線半徑差率分爲實。仍以本弧求割線半徑差爲乘法。乘之。先置原實五率以下分母爲定母。以原實首位三率一二分之一。偏乘乘法。得首層。一率乘五率、一二分又一二分之一。又一率乘七率、一二三四分又一二分之五。又一率乘九率、自一至六分又一二分之六十一。又一率乘十一率、自一至八分又一二分之一千三百八十五。爲第一乘法式。其五率定母。係一二三四分。乘法式分母。係一二分又一二分。應以一二除之。三四乘之。使從定母。其七率定母。係自一至六分。乘法式。係一二三四分又一二分。應以一二除之。五六乘之。其九率定母。係自一至八分。乘法式。係自一至六分又一二分。應以一二除之。七八乘之。其十一率定母。係自一至十分。乘法式。係自一至八分又一二分。應以一二除之。九十乘之。通計乘除。得如次層。一率乘五率、一二三四分之六。又一率乘七率、自一至

五率	七率	九率	十率
一二三四	一二三四五六	一二三四五六七八	一二三四五六七八九十
一二 一二	一二三四 一二	一二三四五六 一二	一二三四五六七八 一二
一二除 三四乘	一二除 五六乘	一二除 七八乘	一二除 九十乘
	一二 一二三四	一二三四 一二三四	一二三四五六 一二三四
	一二三四除 三四五六乘	一二三四除 五六七八乘	一二三四除 七八九十乘
		一二 一二三四五六	一二三四 一二三四五六
		一二三四五六除 三四五六七八乘	一二三四五六除 五六七八九十乘
			一二 一二三四五六七八
			一二三四五六七八除 三四五六七八九十乘

六分之七十五。又一率乘九率、自一至八分之一千七百〇八。又一率乘十一率、自一至十分之六萬二千三百二十五。爲第一同母式。次以原實次位五率一二三四分之五。徧乘乘法。得三層。一率乘七率、一二分又一二三四分之五。又一率乘九率、一二三四分又一二三四分之二十五。又一率乘十一率、自一至六分又一二三四分之三百〇五。爲第二乘法式。復依法乘除之。使從定母。得四層。一率乘七率、自一至六分之七十五。又一率乘九率、自一至八分之一千七百五十。又一率乘十一率、自一至十分之六萬四千〇五十。爲第二同母式。次以原實三位七率自一至六分之六十一。徧乘乘法。得五層。一率乘九率、一二分又自一至六分之六十一。又一率乘十一率、一二三四分又自一至六分之三百〇五。爲第三乘法式。復依法乘除之。使從定母。得六層。一率乘九率、自一至八分之一千七百〇八。又一率乘十一率、自一至十分之六萬四千〇五十。爲第三同母式。次以原實四位九率自一至八分之一千三百八十五乘乘法。得七層。三率乘十一率、一二分又自一至八分之一千三百八十五。爲第四乘法式。復依法乘除之。使從定母。得一率乘十一率、自一至十分之六萬二千三百二十五。爲第四同母式。以四同母式相并。一率除之。一率乘三率者。命爲三率。一率乘五率者。命爲五率。即爲一率除之。得五率、一二三四分之六。又七率、自一至六分之一百五十。又九率、自一至八分之五千一百六十六。又十一率、自一至十分之二十五萬二千七百五十。爲第二數全率。

次以第二數全率爲實。以乘法乘之。先置原實七率以下分母爲定母。以原實首位五率一二三四分

之六。徧乘乘法。得首層。一率乘七率、一二分又一二三四分之六。又一率乘九率、一二三四分又一二三四分之三十。又一率乘十一率、自一至六分又一二三四分之三百六十六。爲第一乘法式。依法乘除之。使從定母。得次層。一率乘七率、自一至六分之九十。又一率乘九率、自一至八分之二千一百。又一率乘十一率、自一至十分之七萬六千八百六十。爲第一同母式。次以原實次位。七率自一至六分之一百五十。徧乘乘法。得三層。一率乘九率、一二分又自一至六分之一百五十。又一率乘十一率、一二三四分又自一至六分之七百五十。爲第二乘法式。復依法乘除之。使從定母。得四層。一率乘九率、自一至八分之四千二百。又一率乘十一率、自一至十分之十五萬七千五百。爲第二同母式。次以原實三位。九率自一至八分之五千一百六十六乘乘法。得五層。一率乘十一率、一二分又自一至八分之五千一百六十六。爲第三乘法

七率	九率	十率
一二三四五六	一二三四五六七八	一二三四五六七八九十
一二 一二三四 丁	一二三四 一二三四 三〇	一二三四五六 一二三四 卅二
一二三四除 三四五六乘 三〇	一二三四除 五六七八乘 二〇〇	一二三四除 七八九十乘 四十四〇
	一二 一二三四五六 三〇	一二三四 一二三四三六 四三〇
	一二三四五六除 三四五六七八乘 三〇〇	一二三四五六除 五六七八九十乘 一四四二四〇〇
		一二 一二三四五六七八 三四丁
		一二三四五六七八除 三四五六七八九十乘 二四二四〇
三〇	四〇〇	三丁四〇二〇

式。復依法乘除之。使從定母。得六層。一率乘十一率、自一至十分之二十三萬二千四百七十。爲第三同母式。以三同母式相并。一率除之。得七率、自一至六分之九十。又九率、自一至八分之六千三百。又十一率、自一至十分之四十六萬六千八百三十。爲第三數全率。

次以第三數全率爲實。以乘法乘之。先置原實九率以下分母爲定母。以原實首位七率自一至六分之九十。徧乘乘法。得首層。一率乘九率、一二分又自一至六分之九十。又一率乘十一率、一二三四分又自一至六分之四百五十。爲第一乘法式。依法乘除之。使從定母。得次層。一率乘九率、自一至八分之二千五百二十。又一率乘十一率、自一至十分之九萬四千五百。爲第一同母式。次置原實次位九率自一至八分之六千三百乘乘法。得三層。一率乘十一率、一二分又自一至八分之六千三百。爲第二乘法式。復依法乘除之。使從定母。得四層。一率乘十一率、自一至十分之二十八萬三千五百。爲第二同母式。以二同母式相并。一率除之。得九率、自一至八分之二千五百二十。又十一率、自一至十分之三十七萬八千。爲第四數全率。

九率 一二三四五六七八	十率 一二三四五六七八九十
一二 一二三四五六 三〇	一二三四 一二三四五六 四三〇
一二三四五六除 三四五六七八乘 二四七〇	一二三四五六除 五六七八九十乘 四三四〇〇
	一二 一二三四五六七八 四〇〇
	一二三四五六七八除 三四五六七八九十乘 二四三四〇〇
二四七〇	三四二〇〇〇

次以第四數全率爲實。以乘法乘之。先置原實十一率分母爲定母。以原實首位九率自一至八分之二千五百二十乘乘法。得首層。一率乘十一率、一二分又自一至八分之二千五百二十。爲乘法式。依法乘除之。使從定母。得次層。一率乘十一率、自一至十分之十一萬三千四百。爲同母式。以一率除之。得十一率、自一至十分之十一萬三千四百。爲第五數全率。乃置本弧求割線半徑差率分。爲第一數。次置第二數全率。二除之。得五率一二三四分之三。又七率自一至六分之七十五。又九率自一至八分之二千五百八十三。又十一率自一至十分之十二萬六千三百七十五。爲第二數。係負算。應減第一數。計減得三

十率
一二三四五六七八九十
一二
一二三四五六七八
二〇〇〇
一二三四五六七八除
三四五六七八九十乘
一三〇〇〇

三率	五率	七率	九率	十率
一二	一二三四	一二三四五六	一二三四五六七八	一二三四五六七八九十
一	一一一一	一一	一一一一一一一一	一一一一一一一一一一
	一一	一一一一一一	一一一一一一一一	一一一一一一一一一一
一	一一	一一一一	一一一一	一一一一一一一一一一
		一一一	一一一一一一	一一一一一一一一一一
一	一一	一一	一一一一	一一一一一一一一一一
			一一一一	一一一一一一一一一一
一	一一	一一	一一一一	一一一一一一一一一一
				一一一一一一一一一一
一	一一	一一	一一一一	一一一一一一一一一一

率一二分之一。又五率一二三四分之二。少七率自一至六分之十四。少九率自一至八分之一千一百九十八。少十一率自一至十分之七萬五千八百五十四。爲第一減得數。次置第三數全率。三除之。求對數。第三數係二乘三除。彼因第三數生於第二數。原屬二分第三數全率之一。故二乘之。得全率。再三除。此既用第三數全率。則三除之。已得第三數。不必再用二乘也。下倣此得七率、自一至六分之三十。又九率、自一至八分之二千一百。又十一率、自一至十分之十五萬五千六百一十。爲第三數。係正算。應加。而第一減得數七率以下。均屬負數。正負異名。仍當以減爲加。計減得三率、一二分之一。又五率、一二三四分之二。又七率、自一至六分之十六。又九率、自一至八分之九百〇二。又十一率、自一至十分之七萬九千七百五十六。爲第二加得數。次置第四數全率。四除之。得九率、自一至八分之六百三十。又十一率、自一至十分之九萬四千五百。爲第四數。係負算。應減。計減得三率、一二分之一。又五率、一二三四分之二。又七率、自一至六分之十六。又九率、自一至八分之二百七十二。少十一率、自一至十分之一萬四千七百四十四。爲第三減得數。次置第五數全率。五除之。得十一率、自一至十分之二萬二千六百八十。爲第五數。係正算。應加。因第三減得數之十一率、係負數。仍當以減爲加。計減得三率、一二分之一。又五率、一二三四分之二。又七率、自一至六分之十六。又九率、自一至八分之二百七十二。又十一率。自一至十分之七千九百三十六。爲本弧求正割線對數各率分數也。

細審本弧求割線對數率分、其分母、與本弧求割線半徑差同。是其逐率除法。必自一二而三四而五

六矣。惟其分子。則由迭次乘除迭次加減而得。莫能知其所由來。乃取本弧求切線分子與之相較。本弧求切線分子見外切密率。則一一相符。如求切線二率分子爲一。而求割線對數三率分子亦爲一。求切線四率分子爲二。而求割線對數五率分子亦爲二。求切線六率、八率、十率、分子。爲十六、爲二百七十二、爲七千九百三十六。而求割線對數七率、九率、十一率、分子。亦爲十六、爲二百七十二、爲七千九百三十六。夫第五分子以前。既一一相符。則第五分子以後。亦必一一相符。蓋迭次乘除加減。層層抵算。適與脗合也。故借本弧求切線術中求各率分子之法。以求遞次乘法。而數適合。更不待他求也。又求得數後。當以對數根乘之。爲正割對數。又先以乘第一數。其得數亦同也。

又術。用以本數求折小各率第一術。如續對數簡法求對數根之法求之。則當以本弧求割線半徑差率分爲乘法。以本弧求割線半徑差率分首位加一率一得本弧求割線率分爲除法。乃置一率一。以乘法乘之。除法除之。爲第一數。次置第一數。又乘法乘之。除法除之。爲第二數全率。次置第二數全率。以乘法乘之。除法除之。爲第三數全率。如是遞求得各數全率。然後置第二數全率。二除之。爲第二數。置第三數全率。三除之、爲第三數。如是遞求得各數。乃以各數相并。亦得本弧求正割線對數率分。但所求得率分之分母分子。與前術相同。而是術以本弧求割線率分爲除法。衍算較煩重。故不復贅。

弧線表

設全徑二　半徑單一

一秒	〇〇〇〇〇〇四八四八一三七
二秒	〇〇〇〇〇〇九六九六二七四
三秒	〇〇〇〇〇一四五四四四一〇
四秒	〇〇〇〇〇一九三九二五四七
五秒	〇〇〇〇〇二四二四〇六八四
六秒	〇〇〇〇〇二九〇八八八二一
七秒	〇〇〇〇〇三三三九三六九五八
八秒	〇〇〇〇〇三八七八五〇九四
九秒	〇〇〇〇〇四三六三三二三一
一十秒	〇〇〇〇〇四八四八一三六八
二十秒	〇〇〇〇〇九六九六二七三六
三十秒	〇〇〇〇〇一四五四四一一〇四
四十秒	〇〇〇〇〇一九三九二五四七二
五十秒	〇〇〇〇〇二四二四〇六八四一

一分	〇〇〇〇二九〇八八八二〇九
二分	〇〇〇〇五八一七七六四一七
三分	〇〇〇〇八七二六六四六二六
四分	〇〇〇一一六三五五二八三五
五分	〇〇〇一四五四四四一〇四三
六分	〇〇〇一七四五三二九二五二
七分	〇〇〇二〇三六二一七四六一
八分	〇〇〇二三二七一〇五六六九
九分	〇〇〇二六一七九九三八七八
一十分	〇〇〇二九〇八八八二〇八七
二十分	〇〇〇五八一七七六四一七三
三十分	〇〇〇八七二六六四六二六〇
四十分	〇〇一一六三五五二八三四七
五十分	〇〇一四五四四四一〇四三三

一度	〇〇一七四五三二九二五二〇
二度	〇〇三四九〇六五八五〇四〇
三度	〇〇五二三五九八七七五六〇
四度	〇〇六九八一三一七〇〇八〇
五度	〇〇八七二六六四六二六〇〇
六度	〇一〇四七一九七五五一二〇
七度	〇一二二一七三〇四七六四〇
八度	〇一三九六二六三四〇一六〇
九度	〇一五七〇七九六三二六八〇
一十度	〇一七四五三二九二五一九九
二十度	〇三四九〇六五八五〇三九九
三十度	〇五二三五九八七七五五九九
四十度	〇六九八一三一七〇〇七九八
象限	一五七〇七九六三二六七九五

凡求對數止用四十五度以內弧分故弧線表亦至四十度而止

求割線對數各率乘法表

第一乘法	二
第二乘法	一六
第三乘法	二七二
第四乘法	七九三六
第五乘法	三五三七九二
第六乘法	二二三六八二五六
第七乘法	一九〇三七五七三〇〇
第八乘法	二〇九八六五三〇〇〇〇〇
第九乘法	二九〇八八八九〇〇〇〇〇〇〇
第十乘法	四九五一五〇〇〇〇〇〇〇〇〇
第十一乘法	一〇一五四二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
第十二乘法	二四六九二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

第十三乘法	七〇二五二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
第十四乘法	二三一二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

第七乘法以後．不過截用數位．故不全列．但以〇存其位數．

對數根	〇四三四二九四四八一九〇三二五一八
二之對數	〇三〇一〇二九九九五六六三九八一二
半徑對數	二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
此所云半徑．係一百億．非單一．	

凡求四十五度以內諸正割對數．其降位最難．取數最多者．莫如求四十五度之正割對數．茲將有四十五度弧分求其正割對數算式列於後．

法檢弧線表得四十五度弧分單位下七八五三九八一六三四〇．為二率自乘得單位下六一六八五〇二七五〇七二為三率．以對數根單位下四三四二九四四八一九〇三乘之二除之得〇一三三九四七三三五三三一．為第一數正． 次置第一數以三率乘之得五率三除之四除之得連單位三〇下六八八五四五四二一九三三為七率用數．第一乘法二乘之得一三七七〇九〇八四四四為第二數正． 次置七率用數以三率乘之得七率五除之六除之得連單位四〇下一四一五七六四七七六四三為九率用數．第二乘法一六乘之得二二六五二二三六四為第三數正． 次置九率用數以三率乘之得

九率。七除之。八除之。得連單位六〇下一五五九四九〇八七八二。爲十一率用數。第三乘法二七二。乘之。得四二四一八一五二。爲第四數正。　次置十一率用數。以三率乘之。得十一率。九除之。十除之。得連單位八〇下一〇六八八五八一九七。爲十三率用數。第四乘法七九三六。乘之。得八四八二四五九。爲第五數正。　次置十三率用數。以三率乘之。得十三率。十一除之。十二除之。得連單位十一〇下四九九四八八九九五。爲十五率用數。第五乘法三五三七九二。乘之。得一七六七一五二。爲第六數正。　次置十五率用數。以三率乘之。得十五率。十三除之。十四除之。得連單位十三〇下一六九二九一一七。爲十七率用數。第六乘法二二三六八二五六。乘之。得三七八六七五。爲第七數正。　次置十七率用數。以三率乘之。得十七率。十五除之。十六除之。得連單位十六〇下四三五一一三七七。爲十九率用數。第七乘法一九〇三七五七三下連單位二〇。乘之。得八二八三五。爲第八數正。　次置十九率用數。以三率乘之。得十九率。十七除之。十八除之。得連單位十九〇下八七七一二四三。爲二十一率用數。第八乘法二〇九八六五三下連單位五〇。乘之。得一八四〇八。爲第九數正。　次置二十一率用數。以三率乘之。得二十一率。十九除之。二十除之。得連單位二十一〇下一四二三八二七。爲二十三率用數。第九乘法二九〇八八八九下連單位七〇。乘之。得四一四二。爲第十數正。　次置二十三率用數。以三率乘之。得二十三率。二十一除之。二十二除之。得連單位二十四〇下一九〇一〇五。爲二十五率用數。第十乘法四九五一五〇下連單位十〇。乘之。得九四一。爲第十一數正。　次置二十五率用數。以三率乘之。得二十

五率二十三除之。二十四除之。得連單位二十七〇下二一二四四。爲二十七率用數。第十一乘法一〇一五四二下連單位十三〇乘之。得二一六。爲第十二數正。　次置二十七率用數。以三率乘之。得二十七率二十五除之。二十六除之。得連單位三十〇下二〇一六〇。爲二十九率用數。第十二乘法二四六九二下連單位十六〇乘之。得五〇。爲第十三數正。　次置二十九率用數。以三率乘之。得二十九率二十七除之。二十八除之。得連單位三十三〇下一六四五。爲三十一率用數。第十三乘法七〇二五二下連單位十八〇乘之。得一二。爲第十四數正。　次置三十一率用數。以三率乘之。得三十一率二十九除之。三十除之。得連單位三十六〇下一七七。第十四乘法二三一二下連單位二十一〇乘之。得三。爲第十五數正。　乃以諸正數相并。得〇一五〇五一四九九七八四。以半徑一百億。係十一位。乃于首位加一〇。尾位未滿五。棄之。得一〇一五〇五一四九九七八。爲四十五度正割對數也。

二率	〇七八五三九八一六三四〇
三率	〇六一六八五〇二七五〇七二

各率用數

〇〇〇六八八五四五四二一九三三
〇〇〇〇一四一五七六四七七六四三
〇〇〇〇〇一五五九四九〇八七八二

○○○○○○○○一○六八八五八一九七
○○○○○○○○○○○四九九四八八九九五
○○○○○○○○○○○○○一六九二九一一七
○○○○○○○○○○○○○○○○四三五一一三七七
○○○○○○○○○○○○○○○○○○○八七七一二四三
○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○一九二三八二七
○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○一九○一○五
○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○二一二四四
○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○二○一六○
○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○一六四五
○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○一七七

第一數		
一	正	○一三三九四七三三五三一
二	正	一三七七○九○八四四
三	正	二二六五二二三六四
四	正	四二四一八一五二
五	正	八四八二四五九
六	正	一七六七一五二
七	正	三七八六七五
八	正	八二八三五

九	正 一八四〇八
十	正 四一四二
十一	正 九四一
十二	正 二一六
十三	正 五〇
十四	正 一二
十五	正 三
并得數	正 〇一五〇五一四九九七八四
加	一〇
加得數	一〇一五〇五一四九九七八四

檢八線對數表。四十五度正割對數之尾數。係九。數屬稍盈。何以知之。蓋四十五度正割爲弦。則半徑爲勾、又爲股。試取半徑對數一〇。倍之得二〇。爲半徑冪對數。再加二之對數。得二〇三〇一〇二九九九五六六三九八一二。爲二之半徑冪對數。即割線冪對數。半之。得一〇一五〇五一四九九七八三一九九〇六。爲割線對數。截用十二位。則十三位以下未滿五。當棄其餘。尾數正得八。以是知表中所列差盈也。

求四十五度正割對數。用十五數。自此以下。取數漸少。降位亦漸易。若求至四十五度以外。則降位愈

難。而不可求矣。然求八線對數者。有四十五度以內諸割線對數。則四十五度以外諸割線對數。可加減而得。有象限內諸正餘割對數。則諸正餘切、諸正餘弦、諸正餘矢、之對數。皆可加減而得。不必更用連比例也。

有四十五度以內諸正割對數。求四十五度以外諸正割對數。

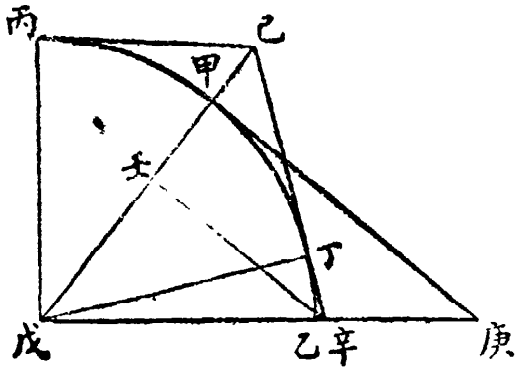
術曰。以本弧減象限。得餘弧。以餘弧減本弧。得較弧。乃取較弧正割對數。加半徑對數。以餘弧正割對數內減二之對數減之。即得本弧正割對數。

解曰。凡餘弧半正割與較弧正割之比。同于半徑與本弧正割之比也。

如圖。甲乙爲本弧。甲丙爲餘弧。甲丁同。丁乙爲較弧。戊庚爲本弧割線。戊己爲餘弧割線。戊辛爲較弧割線。戊辛己、成兩等邊三角形。甲戊辛角。得本弧度。而已戊丁句股形之戊角。得餘弧度。則已角亦必得本弧度。兩角相同。必爲兩等邊三角形。試從辛。作辛壬垂線。平分戊己線爲二。則戊壬辛勾股形。與戊甲庚勾股形。爲同式形。故以戊壬小勾爲餘弧半割線。比戊辛小弦爲較弧割線。若戊甲大句爲半徑。與戊庚大弦爲本弧割線也。

一率　戊壬小句餘弧半割線

二率　戊辛小弦較弧割線



三率　戊甲大句半徑

四率　戊庚大弦本弧割線

在眞數。爲以較弧割線乘半徑爲實。以餘弧割線半之爲法。除之。得本弧割線。在對數。爲以較弧割線對數與半徑對數相加。又以餘弧割線對數內減二之對數減之。得本弧割線對數也。

假如有四十五度以內諸正割對數。求四十六七度正割對數。

法以四十六度減象限。得四十四度。爲餘弧。轉減本弧。得二度。爲較弧。乃取較弧正割對數一〇〇〇〇二六四六四一一。加半徑對數。得二〇〇〇〇二六四六四一一。又取餘弧正割對數一〇一四三〇六五九〇九九。內減二之對數。得九八四二〇三五九一四三。減之。得一〇一五八二二八七二六八。爲四十六度正割對數也。如求四十七度正割對數。法以本弧四十七度減象限。得四十三度。爲餘弧。轉減本弧。得四度。爲較弧。乃取較弧正割對數一〇〇〇一〇五九二一〇二。加半徑對數。得二〇〇〇一〇五九二一〇二。又取餘弧正割對數一〇一三五八七二五三六二內減二之對數得九八三四八四二五四〇六減之。得一〇一六六二一六六六九六。爲四十七度正割對數也。

大凡本弧在四十五度以外。則餘弧必在四十五度以內。惟大于六十七度三十分。則較弧過四十五度。然挨次遞求至六七十度。則此過四十五度之較弧正割對數。必先經求得矣。故有四十五度以內諸正割對數。自可偏求四十五度以外諸正割對數。

有正餘割對數。求正餘切對數。

術曰。以本弧正割對數。加半徑對數。內減本弧餘割對數。得本弧正切對數。若以本弧餘割對數。加半徑對數。內減本弧正割對數。即得本弧餘切對數。

假如求四十四度正餘切對數。

法以本弧正割對數一〇一四三〇六五九〇九九。加半徑對數。得二〇一四三〇六五九〇九九。內減本弧餘割對數一〇一五八二二八七二六八。得九九八四八三七一八三一。爲正切對數。如以餘割對數加半徑對數。得二〇一五八二二八七二六八。內減正割對數。得一〇〇一五一六二八一六九。爲餘切對數。

有正餘割對數。求正餘弦對數。

術曰。以半徑對數倍之。內減本弧餘割對數。得本弧正弦對數。若內減本弧正割對數。即得本弧餘弦對數。

假如求四十四度正餘弦對數。

法以半徑對數倍之。得二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。以本弧餘割對數一〇一五八二二八七二六九減之。得九八八一七七一二七三一。爲正弦對數。若以本弧正割對數一〇一四三〇六五九〇九九減之。得九八五六九三四〇九〇一。爲餘弦對數。

有正餘割對數。求正餘矢對數。

術曰。以半徑對數三之。加二之對數。以半弧倍餘割對數減之。得正矢對數。若以半餘弧之倍餘割對數減之。卽得餘矢對數。

假如求四十四度正餘矢對數。

法以四十四度半之。得二十二度。爲半弧。以半弧減半象限。得二十三度。爲半餘弧。乃以半徑對數三之。加二之對數。得三〇三〇一〇二九九九五六。以半弧餘割對數一〇四二六四二四五八三〇倍之。得二〇八五二八四九一六六〇。減之。得九四四四八一八〇八二九六。爲正矢對數。若以半餘弧餘割對數一〇四〇八一二一九八八四。倍之。得二〇八一六二四三九七六八。減之。得九四八四七八六〇一八八。爲餘矢對數。

有正餘割對數。求正餘大矢對數。

術曰。以半徑對數三之。加二之對數。以半弧倍正割對數減之。得本弧大矢對數。若以半餘弧倍正割對數減之。卽得餘弧大矢對數。

假如求四十四度正餘大矢對數。

法以四十四度半之。得二十二度。爲半弧。以半弧減半象限。得二十三度。爲半餘弧。乃取半徑對數三之。加二之對數。得三〇三〇一〇二九九九五六。以半弧正割對數一〇〇三二八三四一三九五倍之。得

二〇〇六五六六八二七九〇。減之。得一〇二三五三六一七一六六。爲本弧大矢對數。若以半餘弧正割對數一〇〇三五九七三九一七三。倍之。得二〇〇七一九四七八三四六。減之。得一〇二二九〇八二一六一〇。爲餘弧大矢對數。

此數術。卽八線互求之法。特眞數用乘除。而對數則易以加減耳。

假數測圓卷之下

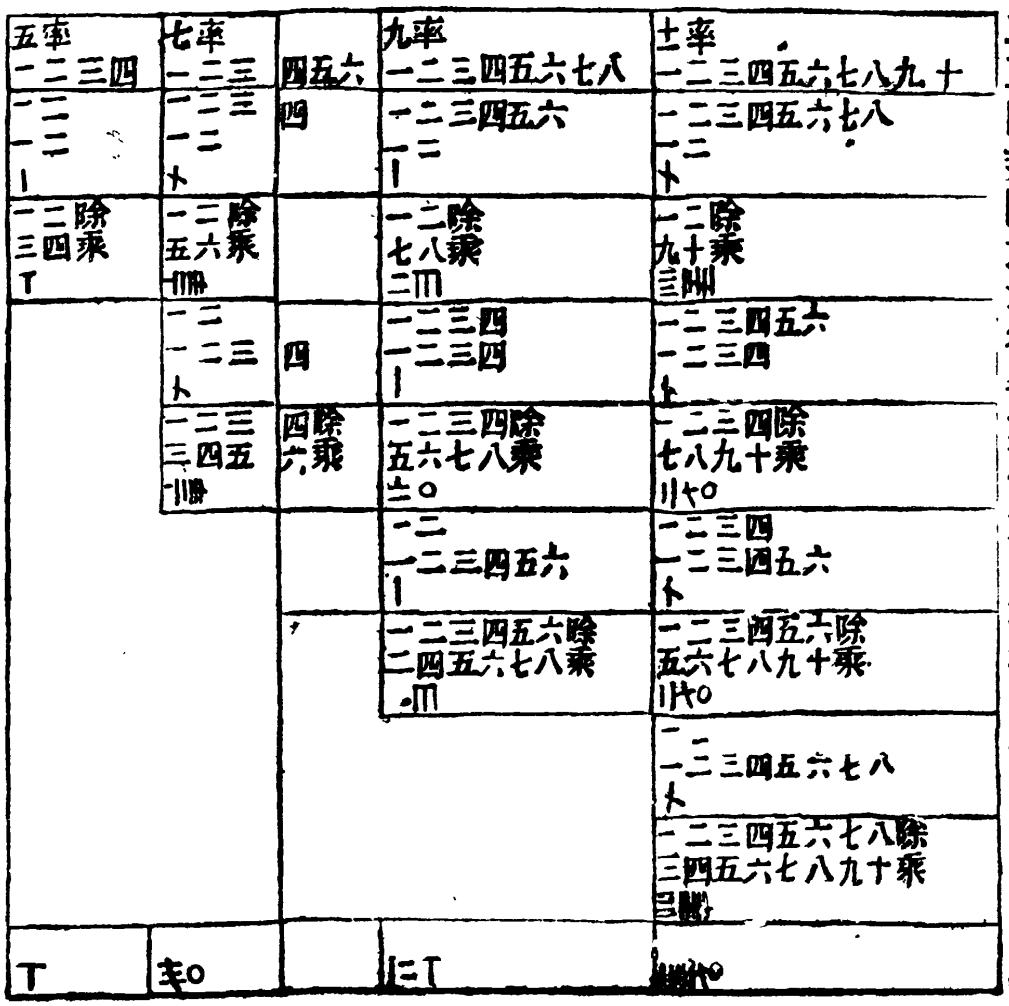
以餘弧弧分徑求四十五度以外正弦對數。

術曰。依前求正割對數術。求得各率分子。爲遞次乘法。乃以本弧減象限。得餘弧弧分。爲二率。以半徑單一爲一率。二率自乘。得三率。半徑單一。故省除。下同。以乘對數根。二除之。爲第一數負。置第一數。以三率乘之。得五率。三四遞除之。爲七率用數。第一乘法乘之。爲第二數負。次置七率用數。以三率乘之。得七率。五六遞除之。爲九率用數。第二乘法乘之。爲第三數負。次置九率用數。以三率乘之。得九率。七八遞除之。爲十一率用數。第三乘法乘之。爲第四數負。次置十一率用數。以三率乘之。得十一率。九十遞除之。爲十三率用數。第四乘法乘之。爲第五數負。如是遞求至應求位數下。乃并諸負數。視所設半徑。較單一應升若干位。如半徑一百億。係十一位。較單一應升十位。即以求得數。與一〇相減。即得所設度正弦對數。

解曰。用以本數求折小各率第三第四術。其用數必微小于單一。則降位易而可求。如前求負算對數二術。求〇九八之對數是也。而四十五度以內各餘弦似之。何也。求負算對數之用數。微小于單一。而四十五度以內之餘弦。亦微小于半徑。四十五度以外。則餘弦漸短。非微小于半徑矣。故有餘弦求其對數者。不必更求用數。但降半徑爲單一。則降位餘弦即用數。其求法。若用求負算對數第一術。當以降位餘弦減半徑單一。

得正矢爲乘法。半徑單一爲除法。挨次以一二三四乘除之。求得各數。命爲負算。相并。然後以對數根乘之。卽得半徑單一之餘弦對數。今雖未知正矢。而本弧求正矢率分。則推衍而可知。見杜氏九術。則卽命本弧求正矢各率分數爲乘法。以半徑一率爲除法。如求折小各率第三術、衍之。而本弧求餘弦對數卽餘弧求正弦對數各率分數。卽在是矣。今依杜氏演得本弧求正矢率分。爲三率一二分之一。少五率一二三四分之一。多七率自一至六分之一。少九率自一至八分之一。多十一率自一至十分之一。爲本弧求餘弦對數之乘法也。

如圖。置本弧求正矢率分爲實。仍以本弧求正矢率分爲乘法乘之。先置原實五率以下分母。爲定母。以原實首位三率一二



分之一。偏乘乘法。得首層。一率乘五率一二分又一二分之一。少一率乘七率一二三四分又一二分之一。多一率乘九率自一至六分又一二分之一。少一率乘十一率自一至八分又一二分之一。爲第一乘法式。其五率定母。係一二三四分。乘法式分母。係一二分又一二分。應以一二除之。三四乘之。使從定母。其七率定母。係自一至六分。乘法式。係一二三四分又一二分。應以一二除之。五六乘之。其九率定母。係自一至八分。乘法式。係自一至六分又一二分。應以一二除之。七八乘之。其十一率定母。係自一至十分。乘法式。係自一至八分又一二分。應以一二除之。九十乘之。通計乘除得二層。一率乘五率一二三四分之六。少一率乘七率自一至六分之十五。多一率乘九率自一至八分之二十八。少一率乘十一率自一至十分之四十五。爲第一同母式。次以原實次位。少五率一二三四分之一。偏乘乘法。得三層。少一率乘七率一二分又一二三四分之一。多一率乘九率一二三四分又一二三四分之一。少一率乘十一率自一至六分又一二三四分之一。爲第二乘法式。依法乘除之。使從定母。得四層。少一率乘七率自一至六分之十五。多一率乘九率自一至八分之七十。少一率乘十一率自一至十分之二百一十。爲第二同母式。次以原實三位。七率自一至六分之一。偏乘乘法。得五層。一率乘九率一二分又自一至六分之一。少一率乘十一率一二三四分又自一至六分之一。爲第三乘法式。復依法乘除之。使從定母。得六層。一率乘九率自一至八分之二十八。少一率乘十一率自一至十分之二百一十。爲第三同母式。次以原實四位。少九率自一至八分之一。乘乘法。得七層。少一率乘十一率一

二分又自一至八分之一。爲第四乘法式。復依法乘除之。使從定母。得八層。少一率乘十一率自一至十分之四十五。爲第四同母式。乃以四同母式相并。一率除之。得五率一二三四分之六。少七率自一至六分之三十。多九率自一至八分之一百二十六。少十一率自一至十分之五百一十。爲第二數全率。

次置第二數全率爲實。以乘法乘之。先置原實七率以下分母爲定母。以原實首位五率一二三四分之六。徧乘乘法。得首層。一率乘七率一二分又一二三四分之六。少一率乘九率一二三四分又一二三四分之六。多一率乘十一率自一至六分又一二三四分之六。爲第一乘法式。依法乘除之。使從定母。得次層。一率乘七率自一至六分之九十。少一率乘九率自一至八分之四百二十。多一率乘十一率自一至十分之一千二百六十。爲第一同母式。次以原實次位。少七率自一至六分之

七率	九率	十率
一二三四五六	一二三四五六七八	一二三四五六七八九十
一二 一二三四 丁	一二三四 一二三四 干	一二三四五六 一二三四 丁
一二三四除 三四五六乘 三〇	一二三四除 五六七八乘 卅十〇	一二三四除 七八九十乘 一卅〇
	一二 一二三四五六 毛〇	一二三四 一二三四五六 毛〇
	一二三四五六除 三四五六七八乘 卅毛〇	一二三四五六除 五六七八九十乘 卅〇〇
		一二 一二三四五六七八 仁丁
		一二三四五六七八除 三四五六七八九十乘 三丁十〇
三〇	一卅七〇	三卅〇

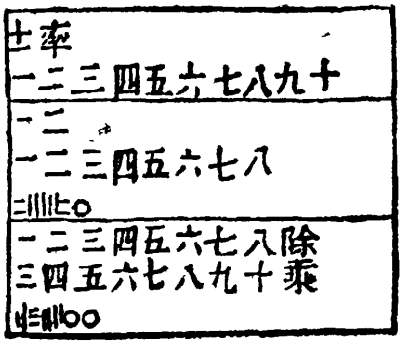
三十。偏乘乘法。得三層。少一率乘九率一二分又自一至六分之三十。多一率乘十一率一二三四分又自一至六分之三十。爲第二乘法式。復依法乘除之。使從定母。得四層。少一率乘九率自一至八分之八百四十。多一率乘十一率自一至十分之六千三百。爲第二同母式。次以原實三位。九率自一至八分之一百二十六。乘乘法。得五層。一率乘十一率一二分又自一至八分之一百二十六。爲第三乘法式。復依法乘除之。使從定母。得六層。一率乘十一率自一至十分之五千六百七十。爲第三同母式。乃幷三同母式。以一率除之。得七率自一至六分之九十。少九率自一至八分之一千二百六十。多十一率自一至十分之一萬三千二百三十。爲第三數全率。

次置第三數全率爲實。以乘法乘之。先置原實九率以下分母爲定母。以原實首位。七率自一至六分之九十。偏乘乘法。得首層。一率乘九率一二分又自一至六分之九十。少一率乘十一率一二三四分又自一至六分之九十。爲第一乘法式。依法乘除之。使從定母。得次層。一率乘九率自一至八分之二千五百二十。少一率乘十一率自一至十分之一萬八千九百。爲第一同母式。次以原實次位。少九率自一至八分之一千二百六十。

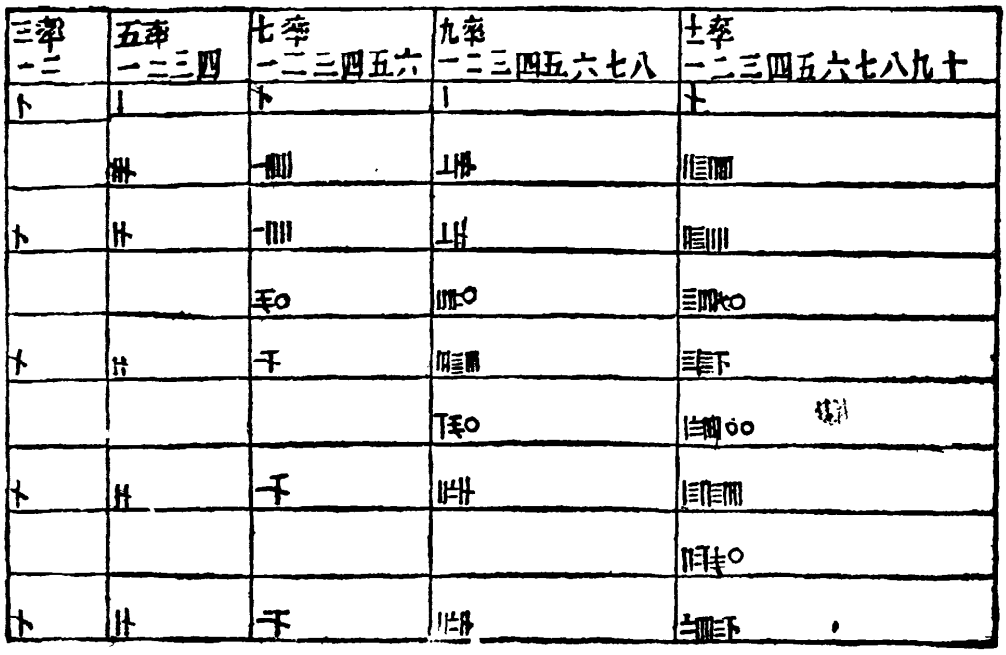
九率 一二三四五六七八	十率 一二三四五六七八九十
一二 一二三四五六 三〇	一二三四 一二三四五六 三〇
一二三四五六除 三四五六七八乘 二〇二五〇	一二三四五六除 五六七八九十乘 三〇〇〇〇
	一二 一二三四五六七八 一二七〇
	一二三四五六七八除 三四五六七八九十乘 二〇二五〇〇
二〇二五〇	三〇〇〇〇

乘乘法。得三層。少一率乘十一率一二分又自一至八分之一千二百六十。爲第二乘法式。復依法乘除之。使從定母。得四層。少一率乘十一率自一至十分之五萬六千七百。爲第二同母式。乃幷二同母式。以一率除之。得九率自一至八分之二千五百二十。少十一率自一至十分之七萬五千六百。爲第四數全率。

次置第四數全率爲實。以乘法乘之。先置原實十一率分母爲定母。以原實首位九率自一至八分之二千五百二十。乘乘法。得首層。一率乘十一率一二分又自一至八分之二千五百二十。爲乘法式。依法乘除之。使從定母。得次層。一率乘十一率自一至十分之十一萬三千四百。爲同母式。以一率除之。得十一率自一至十分之十一萬三千四百。爲第五數全率。乃置本弧求正矢率分。正者負之。負者正之。爲第一數。次置第二數全率。二除之。正負互易。得少五率一二三四分之三。多七率自一至六分之十五。少九率自一至八分之六十三。多十一率自一至十分之二百五十五。爲第二數。應加第一數。正負異名。當以減爲加。計減得少三率一二分之一。少五率一二三四分之二。多七率自一至六分之十四。少九率自一至八分之六十二。多十一率自一至十分之二百五十四。爲第一加得數。次置第三數全率。三除之。正負互易。得少七率自一至六分之三十。多九率自一至八分之四百二十。少十一率自一至十分之四千四百一十。爲第三數。應加第一加得數。正負均異名。仍當以



減爲加。計減得少三率一二分之一。少五率一二三四分之二。少七率自一至六分之十六。多九率自一至八分之三百五十八。少十一率自一至十分之四千一百五十六。爲第二加得數。次置第四數全率。四除之。正負互易。得少九率自一至八分之六百三十。多十一率自一至十分之一萬八千九百。爲第四數。應加第二加得數。正負仍異名。復以減爲加。計減得少三率一二分之一。少五率一二三四分之二。少七率自一至六分之十六。少九率自一至八分之二百七十二。多十一率自一至十分之一萬四千七百四十四。爲第三加得數。次置第五數全率。五除之。正負互易。得少十一率自一至十分之二萬二千六百八十。應加第三加得數。正負仍異名。復以減爲加。計減得少三率一二分之一。少五率一二三四分之二。少七率自一至六分之十六。少九率自一至八分之二百七十二。少之一率自一至十分之七千九百三十六。爲本弧求餘弦對數率分。亦即餘弧求正弦對數率分也。



細審餘弧求正弦對數各率分數。其分母分子均與求割線對數同。特正負不同。故其求遞次乘法。亦借本弧求切線術。而以對數根乘第一數。亦與求割線對數同意也。

又法。用以本數求折小各率第四術。如求負算對數第二術之法、求之。則當以本弧求正矢率分爲乘法。以本弧求正矢率分。轉減一率半徑。得本弧求餘弦率分。用爲除法。乃置一率一。以乘法乘之。除法除之。正負互易。爲第一數。次置第一數。乘法乘之。除法除之。爲第二數全率。次置第二數全率。乘法乘之。除法除之。爲第三數全率。如是遞求得各數全率。然後置第二數全率。二除之。爲第二數。應加。置第三數全率。三除之。爲第三數。應減。遞次加減。亦得餘弧求正弦對數率分。而所得之分母分子。亦與前術同。故不復贅。

凡求四十五度以外諸正弦對數。其降位最難。取數最多者。莫如求四十五度之正弦對數。茲將有四十五度弧分、求其正弦對數、算式。列於後。

法以四十五度減象限。仍得四十五度。爲餘弧。檢弧線表。得餘弧弧分單位下七八五三九八一六三四〇。爲二率。自乘。得單位下六一六八五〇二七五〇七二。爲三率。乃依求正割對數術。求得〇一三三九四七三三五三一。爲第一數負。求正弦對數逐率之乘法除法。與求正割對數同。今三率又同。故但依前術求之。求得一三七七〇九〇八四四。爲第二數負。求得二二六五二二三六四。爲第三數負。求得四二四一八一五二。爲第四數負。求得八四八二四五九。爲第五數負。求得一七六七一五二。爲第六數負。求得三七八六七五。爲第

七數負。求得八二八三五。爲第八數負。求得一八四〇八。爲第九數負。求得四一四二。爲第十數負。求得九四一。爲第十一數負。求得二一六。爲第十二數負。求得五〇。爲第十三數負。求得一二。爲第十四數負。求得三。爲第十五數負。乃以諸負數相并。得負〇一五〇五一四九九七八四。爲半徑單一之四十五度正弦對數。正弦恒小于半徑。半徑單一。則正弦爲不滿單一之數。故其對數爲負算。以半徑一百億。係十一位。乃以求得數與一〇相減。得九八四九四八五〇〇二二。爲所求四十五度正弦對數也。

二率	〇七八五三九八一六三四〇
三率	〇六一六八五〇二七五〇七二

第一數	
二	負
三	負
四	負
五	負
六	負
七	負
八	負
九	負

〇一三三九四七三三五三一
一三七七〇九〇八四四
二二六五二二三六四
四二四一八一五二
八四八二四五九
一七六七一五二
三七八六七五
八二八三五
一八四〇八

十	負 四一四二
十一	負 九四一
十二	負 二一六
十三	負 五〇
十四	負 一二
十五	負 三
并得數	負 〇一五〇五一四九九七八四
以減	一〇
減得數	九八四九四八五〇〇二一二六

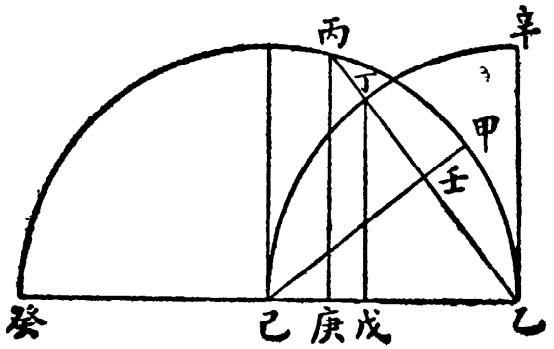
以求折小各率前二術。求正割對數。而所得之分母分子、適同。以求折小各率後二術。求餘弦對數。而所得之分母分子、亦同。故求對數雖有四術。而施之於八線對數。實止二術。但此二術之分母分子亦仍相同。其不同者正負耳。所以然者。正割與半徑與餘弦。爲三率連比例。既命半徑爲單一。其對數爲適足無數。卽半徑羃之對數。亦仍適足無數。故正割對數與餘弦對數相加。亦必爲適足無數。此所以兩對數相同。而異其正負。庶相加而適相抵也。若半徑一百億。其對數爲一〇。半徑羃對數。必爲二〇。故以求得數加一〇。爲正割對數。以減一〇。爲餘弦對數。若兩數相加。仍得二〇也。

有四十五度以外諸正弦對數。求四十五度以內諸正弦對數。

術曰。以本弧減象限。得餘弧。又本弧倍之。得倍弧。乃取倍弧正弦對數。加半徑對數。以餘弧正弦對數減之。再減二之對數。即得本弧正弦對數。

解曰。凡餘弧正弦與半徑之比。同于倍弧正弦與倍弧通弦之比也。

如圖。甲乙爲本弧。丙甲乙爲倍弧。丙癸爲倍餘弧。壬乙爲本弧正弦。丙壬同。丙壬乙爲倍弧通弦。丙庚爲倍弧正弦。丙乙癸角所對。爲倍餘弧。則乙角必得餘弧度。凡邊角得心角之半。試以乙爲心。己爲界。作己辛象限。截丙乙線于丁。則己丁必爲餘弧。丁乙必爲半徑。又從丁至戊作正弦。爲餘弧正弦。丁戊乙小句股形。與丙庚乙大句股形。爲同式形。故以丁戊小句爲餘弧正弦。比丁乙小弦爲半徑。若丙庚大句爲倍弧正弦。與丙乙大弦爲倍弧通弦。半通弦、即本弧正弦也。



一率　丁戊小句餘弧正弦

二率　丁乙小弦半徑

三率　丙庚大句倍弧正弦

四率　丙乙大弦倍弧通弦

在眞數。爲以半徑乘倍弧正弦。以餘弧正弦除之。得倍弧通弦。半之。得本弧正弦。在對數。則爲以半徑對數。加倍弧正弦對數。以餘弧正弦對數減之。得倍弧通弦對數。內減二之對數。得本弧正弦對數也。

假如有四十五度以外諸正弦對數。求四十三四度正弦對數。

法以本弧四十四度減象限。得四十六度。爲餘弧。又本弧倍之。得八十八度。爲倍弧。乃取倍弧八十八度正弦對數九九九九九七三五三五八九。加半徑對數。得一九九九九七三五三五八九。以餘弧四十六度正弦對數九八五六九三四〇九〇一減之。得一〇一四二八〇一二六八八。再減二之對數。得九八四一七七一二七三二。爲四十四度正弦對數。如求四十三度正弦對數。法以本弧四十三度減象限。得四十七度。爲餘弧。又本弧倍之。得八十六度。爲倍弧。乃取倍弧八十六度正弦對數九九九八九九四〇七八九八。加半徑對數。得一九九九八九四〇七八九八。以餘弧四十七度正弦對數九八六四一二七四六三八減之。得一〇一三四八一三三二六〇。再減二之對數。得九八三三七八三三三〇四。爲四十三度正弦對數也。

大凡本弧在四十五度以內。則餘弧必在四十五度以外。惟本弧小于二十二度三十分。則倍弧不及四十五度。然挨次遞求。至二十餘度。而此不及四十五度之倍弧正弦對數。必先經求得矣。故有四十五度以外諸正弦對數。自可徧求四十五度以內諸正弦對數。

有正餘弦對數。求正餘切對數。

術曰。以本弧三弦對數。加半徑對數。內減本弧餘弦對數。得正切對數。若以餘弦對數加半徑對數。內減正弦對數。卽得餘切對數。

假如求四十四度正餘切對數。

法以本弧正弦對數九八四一七七一二七三二。加半徑對數。得一九八四一七七一二七三二。內減本弧餘弦對數九八五六九三四〇九〇一。得九九八四八三七一八三一。爲正切對數。若以餘弦對數加半徑對數。得一九八五六九三四〇九〇一。內減正弦對數。得一〇〇一五一六二八一六九。爲餘切對數。

有正餘弦對數。求正餘割對數。

術曰。以半徑對數倍之。內減本弧餘弦對數。得正割對數。若內減本弧正弦對數。即得餘割對數。

假如求四十四度正餘割對數。

法以半徑對數倍之。得二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。以本弧餘弦九八五六九三四〇九〇一減之。得一〇一四三〇六五九〇九九。爲正割對數。若以本弧正弦對數九八四一七七一二七三二減之。得一〇二五八二二八七二六八。爲餘割對數。

有正餘弦對數。求正餘矢對數。

術曰。以半弧正弦對數倍之。加二之對數。內減半徑對數。得正矢對數。以半餘弧正弦對數倍之。加二之對數。內減半徑對數。得餘矢對數。

假如求四十四度正餘矢對數。

法以四十四度半之得二十二度爲半弧以半弧減半象限得二十三度爲半餘弧乃取半弧正弦對數九五七三五七五四一七〇倍之得一九一四七一五〇八三四〇再加二之對數得一九四四八一八〇八二九六內減半徑對數得九四四八一八〇八二九六爲正矢對數若以半餘弧正弦對數九五九一八七八〇一一六倍之得一九一八三七五六〇二三二再加二之對數得一九四八四七八六〇一八八內減半徑對數得九四八四七八六〇一八八爲餘矢對數

有正餘弦對數求正餘大矢對數

術曰以半弧餘弦對數倍之加二之對數內減半徑對數得本弧大矢對數以半餘弧餘弦對數倍之加二之對數內減半徑對數得餘弧大矢對數

假如求四十四度正餘大矢對數

法以四十四度半之得二十二度爲半弧以半弧減半象限得二十三度爲半餘弧乃取半弧餘弦對數九九六七一六五八六〇五倍之得一九九三四三三一七二一〇再加二之對數得二〇二三五三六一七一六六內減半徑對數得一〇二三五三六一七一六六爲本弧大矢對數若以半餘弧餘弦對數九九六四〇二六〇八二七倍之得一九九二八〇五二一六五四再加二之對數得二〇二二九〇八二一六一〇內減半徑對數得一〇二二九〇八二一六一〇爲餘弧大矢對數

王雲五主編

叢書集成初編

對數簡法及其他二種

中華民國二十八年十二月初版

撰者　戴煦

發行人　王雲五　長沙南正路

印刷所　商務印書館

發行所　商務印書館　各埠

（本書校對者黃聿祥殷師竹）

G一五九二上

宓殿祥